Prof. Dr. Alfred Toth

Nullzeichen und Nullobjekte

Vorwort

Es gehört zu den fundamentalen Fehlern der Peirce-Bense-Semiotik, daß das Nullzeichen vergessen wurde. Seine Existenz folgt einerseits aus dem semiotischen, auf Elisabeth Walther zurückgehenden Axiom: „Auch das Fehlen eines Zeichens ist ein Zeichen" (etwa dann, wenn jemand keinen Ehering mehr trägt) und andererseits aus der Potenzmengenbildung der Menge der Peirce-Zahlen (von Bense als „Primzeichen" bezeichnet) P = (1, 2, 3).

Allein aus der semiotisch-ontischen Isomorphie folgt auch die Existenz eines Nullobjektes. So kann keine ontische Relation durch die Abwesenheit einer der vier ontischen Kategorien, nämlich System, Abbildung, Repertoire und Abschluß, bedingt sein. Das bedeutet aber, daß es ontische „Leere" im Sinne der leeren Menge der quantitativen Mathematik nicht gibt, denn Leere ist ontisch gesehen immer kategorial und damit nicht-leer. Aus diesem Grunde kann ontische Leere auch vermitteln (etwa in der Zeiligkeit von Systemen bei Lücken nach Nullabbildungen, d.h. Abbruch, von Systemen). Leere steht also für Vermittlung, d.h. sie ist semiotisch gesehen ein Mittel, die semiotische Repräsentation der präsentierten Materialität. Leere ist somit neben der Materie das privative Gegenstück der Vermittlung. Wo Abwesenheit von Leere besteht, herrscht somit Unvermitteltheit, d.h. es entsteht eine ontische Sättigungsrelation. Leere ontische Orte sind ungesättigt, aber nicht-null, dagegen sind nicht-leere ontische Orte gesättigt und daher null! Daneben gibt es, wie im letzten der in diesem Buche versammelten Aufsätze dargelegt wird, noch übersättigte Relationen, so daß wir also eine triadische ontische Relation zwischen nicht-leerer qualitativer Leere und den drei Graden von Sättigung haben.

Bemerkeneswert, aber nicht erstaunlich, ist auch die gleiche konzeptuelle Idee der nicht-leeren Leere, welche die Ontik mit dem „pleromatischen Licht der kenomatischen Finsternis" der polykontexturalen Logik Gotthard Günthers und der Mathematik der Qualitäten Engelbert Kronthalers verbindet.

Tucson, AZ/Basel, 6. September 2018 Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichenobjekte und Objektzeichen

1. Die polykontexturale Semiotik basiert auf der klassischen monokontexturalen Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c)

unter Einbettung des kategorialen Objektes (0.d) im Sinne eines "verfügbaren Etwas" (Bense 1975, S. 65) in ZR, wodurch ZR zu einer transklassischen polykontexturalen Zeichenrelation

PZR = (3.a 2.b 1.c 0.d)

erweitert wird. Das durch ein Zeichen bezeichnete Objekt ist also in ZR transzendent, wogegen in PZR die diskontexturale Grenze zwischen Zeichen und Objekt durchbrochen wird. Damit wird das objektale Jenseits in PZR zu einem Teil des semiotischen Diesseits, der "ontologische Raum aller verfügbaren Etwas" zu einem Teil des "relationalen Zeichenraums" (Bense 1975, S. 65). Das Bemerkenswerte an dieser Konzeption ist, dass die tetradische semiotische Relation PZR hierfür nicht auf eine Abstraktionsstufe hinuntersteigen muss, auf der sowohl die elementaren Sätze der Logik (Drittensatz, Satz der Zweiwertigkeit, Satz vom Widerspruch) als auch die elementaren Sätze der Semiotik (vgl. Kaehr 2004) ihre Gültigkeit verlieren, denn das monokontexturale triadische Zeichen wird von ZR $\rightarrow$ PZR leidiglich gefasert, lokalisiert, eingebettet.

Da also sowohl die Gesetze der Semiotik als auch die Gesetze der Logik in der polykontexturalen Semiotik ihre Gültigkeit behalten, wenn Zeichen und Objekt nicht mehr länger durch eine kontexturale Grenze geschieden sind, stellt sich die Frage, ob es Gebilde wie "Zeichenobjekte" oder "Objektzeichen" gibt. In der vorliegenden Arbeit, die natürlich keinesfalls erschöpfend ist, untersuchen wir Markenprodukte als Beispiel für Zeichenobjekte und Attrappen als Beispiel für Objektzeichen.

2. Markenprodukte

Ein Markenprodukt ist ein Wertobjekt, hier sind also bereits sowohl im Begriff Marken-Produkt als auch im Begriff "Wert-Objekt" Zeichen und Objekt miteinander verbunden. Sind sie aber bloss verbunden wie etwa in "Auto-

Kennzeichen” oder miteinander verschmolzen wie etwa in “Chiquita”? Ein Auto-Kennzeichen ist ein an das Objekt Auto gehängtes Zeichen, also keine Verschmelzung von Auto und Zeichen und damit monokontextural. Dagegen ist “Chiquita” eine Verschmelzung des Zeichens “Chiquita” und des Objektes “Banane” zu einem neuen Ding, denn das Zeichen kann auch sonst als Name auftreten, und gemäss dem Slogan “Nenn’ nie Chiquita nur Banane” entsteht aus der Aufprägung des Zeichens auf das Objekt ein neues Objekt, nämlich ein polykontexturales Zeichenobjekt. Karl Bühler sprach von einer “symphysischen Verwachsung” von Zeichen und Objekt (Bühler 1965, S. 159), und Matthias Götz kommentierte, dass bei Markenprodukten “Objekt und Zeichen im Objekt zusammenfallen” (Götz 1980, S. 58). Den Grund dafür, dass die Marke “ihr Objekt an dessen Grenzen [repräsentiert], ihr entäusserter Teil, ihr ‘Splitter’ ist” (1980, S. 61), sieht Götz in der Prägnanz der Marke: “Die Prägnanz der Gestalttheorie ist visuell primär mittels schroffer Limitierung der Form durchsetzbar” (1980, S. 63). Nach Wiesenfarth ist Prägnanz eine semiotische Eigenschaft von Gestalt, und Gestalt ist im Anschluss an von Ehrenfels (1890/1980) durch die beiden Bedingungen der Übersummativität und der Transponierbarkeit definiert und also rein relational, d.h. unter Abseh-ung der Elemente eines Gebildes definiert (Wiesenfarth 1980, S. 132). Während eine Form durch diejenigen Elemente definiert wird, die als Randpunkte eines Gebildes fungieren, wird Struktur zusätzlich durch die “inneren” Punkte des Gebildes und deren Relationen bestimmt, und Gestalt entsteht aus Struktur entweder durch additive Gestaltung aus einem chaotischen Zustand oder durch subtraktive Gestaltung aus einem homogenen Zustand (Wiesenfarth 1981a, S. 49 ff., bes. S. 55).

Es ist also offenbar so, dass die semiotische Bedingung dafür, dass die Verschmelzung, d.h. die nicht nur blosse Verbindung von Zeichen und Objekt zu einem Zeichenobjekt Prägnanz und damit Gestalt voraussetzt, wobei die Gestalt eben das “neue”, d.h. polykontexturale Gebilde ist, das aus dem Verschmelzungsprozess seiner Komponenten resultiert. Damit erfüllen Markenprodukte also die Elementarbedingung eines polykontexturalen Zeichens, das ja selber als Verschmelzung einer triadischen Zeichenrelation mit einem kategorialen Objekt definiert ist:

PZR = (3.a 2.b 1.c ╫ 0.d),

wobei das Zeichen ╫ hier die durchbrochene Kontexturgrenze zwischen Zeichen und (kategorialem) Objekt bedeutet. Anders ausgedrückt: Während in der monokontexturalen Semiotik Zeichen ZR = (3.a 2.b 1.c) und Objekt (0.d) diskontextural geschieden sind

(3.a 2.b 1.c) ╫ (0.d),

sind sie in der polykontexturalen Semiotik eben in PZR = (3.a 2.b 1.c ╫ 0.d) zu Zeichenobjekten miteinander verschmolzen. Demnach ist der Begriff "Gestalt" selber insofern übersummativ, als er nicht aus der blossen Addition der beiden Teile links und rechts des Zeichens ╫ resultiert, sondern erst der tetradisch-polykontxturalen PZR eignet. Prägnanz ist damit das Hauptelement zur Definition von Gestalt, und Gestalt ist eine Eigenschaft eines kategorialen Objektes, das zusammen mit einer monokonexturalen triadischen Zeichenrelation in eine polykontexturale tetradische Zeichenrelation eingebettet ist.

Hieraus folgt aber, dass die kategorial-semiotische Bestimmung von Gestalt in der Trichotomie der Nullheit gesucht werden muss, also in der kategorialen Ausgliederung der kategorialen Objekte selbst, wenn sie in eine triadische Zeichenrelation eingebettet sind. Nun hatte Götz (1982, S. 28) im Rahmen seiner semiotischen Theorie von Designobjekten vorgeschlagen, die Trichotomie kategorialer Objekte mittels der nullheitlichen Kategorien "Sekanz" (0.1), "Semanz" (0.2) und "Selektanz" (0.3) zu kennzeichnen. Man bedenke, dass ja auch Design-Objekte schon von ihrem Namen her wie Markenprodukte u.a. Zeichenobjekte sind, da niemand allen Ernstes behaupten würde, dass etwa ein Rolls-Royce die selbe semiotisch-kommunikative Funktion wie ein Citroën 2CV habe. Was man bei Götz (und ebenso in meinen bisherigen Arbeiten, vgl. z.B. Toth 2008) allerdings vermisst, ist die der zeichenthematischen Bestimmung von (0.1), (0.2), (0.3) korrespondiere realitätsthematische Bestimmung der dualisierten trichotomischen Ausgliederung kategorialer Objekte zu (1.0), (2.0), (3.0). Die Lösung findet sich indessen bereits in den zitierenden Paraphrasen, die wir weiter oben aus Wiesenfarths semiotisch-gestalttheoretischem Werk gegeben hatten. Nach Wiesenfarth entsteht Gestalt ja aus Struktur, und Struktur setzt Form als minimale Erscheinungs- und Erkenntniskomponente von kategorialen Objekten voraus. Damit bekommen wir

Sekanz (0.1) × (1.0) Form

Semanz (0.2) × (2.0) Struktur

Selektanz (0.3) × (3.0) Gestalt

Demnach ist also die kategorial-nullheitliche Triade von Form, Struktur und Gestalt die durch Dualisation gewonnene realitätsthematische Entsprechung der kategorial-nullheitlichen zeichenthematischen Trichotomie von Sekanz, Semanz und Selektanz. Was ist dann aber die Prägnanz? Sie wird von Wiesenfarth (1979, S. 13) auf der Basis von von Ehrenfels (1890/1980) durch folgende 5 Punkte definiert:

Prägnante Gebilde sind

1. Gesetzmässig gebaute, geordnete, einheitliche Gebilde.
2. Einfache Gebilde aus wenig Gliedern, aus wenig unterschiedlichen Teilen oder Merkmalen.
3. Eigenständige Gebilde, die nicht abgeleitet sind von anderen Gebilden.
4. Intakte, "unversehrte", vollständige Gebilde, die keine Störung, keinen überflüssigen Anhang aufweisen.
5. Reichhaltige Gebilde, die nicht kärglich, nicht spärlich sind.

Insbesondere aus der Vollständigkeitsforderung in Punkt 4 geht hervor, dass Prägnanz semiotisch gesehen ein drittheitliches Merkmal sein muss. Aus den Punkten 1-5 geht sodann hervor, dass Prägnanz nichts anderes ist als zur Gestalt "geronnene" Form, d.h. aber: Nicht nur die realitätsthematische Entsprechung der zeichentheoretischen Selektanz (0.3 × 3.0), sondern ausserdem die realitätsthematische Entsprechung von trichotomisch erstheitlicher Sekanz

(0.1 × 1.0),

von in trichotomisch zweitheitlicher Semanz inkludierter Sekanz

$((0.1 \times 1.0), (0.2 \times 2.0))$

sowie von in trichotomisch drittheitlicher Selektanz inkludierter Sekanz und Semanz

$(((0.1 \times 1.0), (0.2 \times 2.0)), (0.3 \times 3.0))$

Da nach der Shannon-Weaverschen Informationstheorie Prägnanz mit Redundanz gleichgesetzt wird (Wiesenfarth 1979, S. 14), haben wir hiermit ferner im Anschluss an Bense (1981) und Wiesenfarth (1981b) eine semiotische Grundlage zur Bestimmung des Koeffizienten C (Komplexität) in Birkhoffs ästhetischem Mass und damit zur Berechnung der "Übergänge zwischen numerischer und semiotischer Ästhetik" (Bense 1981, S. 15) gefunden. Erst die vollständige triadisch-trichotomische Inklusionsrelation $(((0.1 \times 1.0), (0.2 \times 2.0)), (0.3 \times 3.0))$ bewirkt also bei Zeichenobjekten deren "Objizität als 'Splitter' des Objekts" (Götz 1980, S. 62) und damit die poly-kontexturale Aufwertung blosser Objekte zu Wertobjekten, Markenprodukten, Designobjekten u.ä.

Am Rande sei noch auf eine linguistische Eigentümlichkeit von Zeichen-objekten hingewiesen: die Eponymbildungen. Eponyme wie "Zeppelin", "Davidoff" oder "Hamburger" sind 1. Namen, die im Gegensatz zu den meisten anderen Namen als gewöhnliche Zeichen (d.h. linguistisch als Appellative) gebraucht werden können. So ist es also möglich zu sagen: "Ich bin mit einem Zeppelin geflogen", "Ich habe eine Davidoff geraucht", "Ich habe einen Hamburger gegessen", wogegen dies bei nicht eponymischen Namen gewöhnlich nicht möglich ist: "*Ich bin mit einer Bense geflogen", "*Ich habe eine Rebroff geraucht", "*Ich habe einen Dortmunder gegessen". 2. sind Eponyme deshalb Zeichenobjekte, weil hier bei der Addition von Zeichen + Objekt keine blosse Juxtaposition der Bedeutungen, sondern eine neue, übersummative, und d.h. gestalthafte (und prägnante) Bedeutung entsteht; vgl. etwa Davidoff + Zigarre = "Davidoff (d.h. Zigarre der Marke Davidoff)", aber Rebroff + Stimme ≠ "Rebroff (d.h. Stimme der Marke Rebroff)", sondern "Rebroff's charakteristische, tiefe, sonore, etc. Stimme".

Was also charakteristisch ist, muss noch lange nicht prägnant sein, denn "prägen" bedeutet ja, dass eine Gestalt einem Objekt in solch einer Weise aufgedrückt wird, dass das Ergebniss die Bühlersche "symphysische" Verwachsung oder besser Verschmelzung von Zeichen und Objekt zu einem Zeichenobjekt ist, das sich nicht monokontextural in die Summanden Zeichen + Objekt wie bei einem Autokennzeichen zerlegen lässt. Während sich also eine Marke nach Götz (1980, S. 63) durch die triadische Zeichenklasse (3.2 2.2 1.2) mit ihrer Realitätsthematik des vollständigen Objekts (2.1 2.2 2.3) semiotisch-monokontextural klassifizieren lässt, genügt weder diese noch eine andere monokontexturale Zeichenklasse zur Repräsentation des Markenprodukts im Sinne eines Zeichenobjekts, da in der monokontexturalen Semiotik Zeichen und Objekt einander stets transzendent sind. Da ferner das "Produkt" im Sinne eines "Objekts" selber mit dem Dualsystem (3.2 2.2 1.2 × 2.1 2.2 2.3) klassifiziert würde, wäre also in der monokontexturalen Semiotik ein blosses Objekt fundamental-kategorial gar nicht von einem Markenprodukt unterscheidbar, obwohl ja die Pointe der Chiquita gemäss dem Slogan "Nenn' nie Chiquita nur Banane" gerade darin besteht, dass zwischen einer gewöhnlichen Banane und einer Chiquita-Banane ein Unterschied besteht. Und tatsächlich besteht einer: Die Chiquita-Banane wird nämlich durch den "symphysischen" Obstaufkleber zu einem Zeichenobjekt und durch diese Prägnanz übersummativ zu "mehr" als einer gewöhnlichen Banane – eben einer Chiquita. Nur kommt dieses Mehr nicht dadurch zustande, dass der Banane der Obstaufkleber aufgeklebt wird, sondern sobald der Kleber klebt, ist aus der Banane eben eine Chiquita und damit ein polykontexturales Zeichenobjekt geworden.

Auf Grund des von Götz vorgeschlagenen monokontexturalen Dualsystems (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) für Marken ergeben sich damit durch Faserung folgende zwei mögliche polykontexturale Dualsysteme zur Klassifikation von Markenprodukten:

1. (3.2 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 2.3)

2. (3.2 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 2.3)

Im ersten Fall ist also die Marke mit einem kategorialen Objekt verschmolzen, welches trichotomisch nur bis zur Struktur entwickelt ist, im zweiten Fall liegt ein gestalthaftes kategoriales Objekt vor, dem wir nach dem oben Gesagten Präganz unterstellen dürfen. Während also etwa der bereits erwähnte Rolls-Royce hinsichtlich seiner Gestalt selbst prägnant ist, d.h. ein semiotisch vollausgeprägtes Markenprodukt darstellt, könnte man also etwa die Chiquita deshalb als ein semiotisch nur teilausgeprägtes Markenprodukt auffassen, weil sich ihre Gestalt ja nicht von der einer anderen Banane unterscheidet wie sich etwa der Rolls-Royce von einem BMW, Mercedes, Bentley, etc. abhebt.

Da es jedoch punkto Objekten, die durch polykontexturale Faserung zu Markenprodukten im Sinne von Zeichenobjekten werden können, keine Einschränkungen gibt, folgt, dass nicht nur die beiden obigen Dualsysteme, sondern sämtliche 15 polykontextural-semiotischen Dualsysteme zur Klassifikation von Markenprodukten benötigt werden:

1 (3.1 2.1 1.1 0.1) × (1.0 1.1 1.2 1.3)
2 (3.1 2.1 1.1 0.2) × (2.0 1.1 1.2 1.3)
3 (3.1 2.1 1.1 0.3) × (3.0 1.1 1.2 1.3)
4 (3.1 2.1 1.2 0.2) × (2.0 2.1 1.2 1.3)
5 (3.1 2.1 1.2 0.3) × (3.0 2.1 1.2 1.3)
6 (3.1 2.1 1.3 0.3) × (3.0 3.1 1.2 1.3)
7 (3.1 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 1.3)
8 (3.1 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 1.3)
9 (3.1 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 1.3)
10 (3.1 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 1.3)
11 (3.2 2.2 1.2 0.2) × (2.0 2.1 2.2 2.3)
12 (3.2 2.2 1.2 0.3) × (3.0 2.1 2.2 2.3)
13 (3.2 2.2 1.3 0.3) × (3.0 3.1 2.2 2.3)
14 (3.2 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 2.3)
15 (3.3 2.3 1.3 0.3) × (3.0 3.1 3.2 3.3)

D.h. in der allgemeinen Form eines polykontextural-semiotischen Dualsystems

$(3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d) \times (d.0\ c.1\ b.2\ a.3)$

steht also die linke Seite für ein Zeichenobjekt und die rechte Seite für ein Objektzeichen.

3. Attrappen

Bevor wir uns den Attrappen als Beispielen für Objektzeichen zuwenden, wollen wir kurz reflektierend zusammenfassen: Semiotisch gesehen, ist jede Ware ein Objekt, jede Marke ein Zeichen. Dann ist also ein Wertzeichen eine Zusammensetzung zweier Zeichen wie ein Paar Würste eine Zusammensetzung zweier Objekte ist. Von den möglichen 6 Kombinationen fehlt uns also nur noch die polykontexturale Verschmelzung eines Objekts mit einem Zeichen und der Nachweis, dass diese Verschmelzung nicht identisch ist mit derjenigen eines Zeichens (Z) mit einem Objekt (O). Für die folgende kleine Tabelle wollen wir das Zeichen $\boxplus$ für die übersummative, polykontexturale Addition einführen, während das Zeichen + wie üblich für die summative, monokontexturale Addition steht:

Ware = O

Marke = Z

Paar Würste = O + O	‖	Markenprodukt = Z $\boxplus$ O
Wertzeichen = Z+Z	‖	Attrappe = O $\boxplus$ Z

Wie man erkennt, sind also die beiden Operatoren + und $\boxplus$ selbst durch eine Kontexturgrenze (‖) voneinander geschieden.

Gemäss Definition ist eine Attrappe ein Etwas, das die Eigenschaften eines Originals nachahmt, meist um jemanden zu täuschen. Trotzdem ahmt eine Attrappe nie alle Eigenschaften des Originals nach wie dies bei einem Replikat oder Duplikat der Fall ist. Obwohl also eine Attrappe zunächst eine Kopie eines Objektes 1 durch ein Objekt 2 und als Kopie natürlich ein Icon und somit ein Zeichen des Objektes 1 ist, besteht die Pointe einer Attrappe gerade darin, dass sie eben primär als Objekt und nicht als zeichenhaftes Substitut für das Original genommen werden soll, denn der Täuschungseffekt und damit der Sinn und Zweck der Attrappe würde entfallen, wenn sie sogleich als Zeichen und nicht als Objekt wahrgenommen würde, denn selbst eine wirklichkeitsgetreue Plastik würde man wohl nicht als Attrappe bezeichnen. Somit sind also Attrappen Belege für unseren obigen Typus $O \boxplus Z$ und damit das duale Gegenstück zum Typus $Z \boxplus O$, wofür wir im letzten Kapitel als Beispiel Markenprodukte behandelt hatten. Da Attrappen punkto Nachbildung konkreter Objekte nicht eingeschränkt sind, werden zu ihrer Klassifikation wie schon bei den Markenprodukten sämtliche 15 polykontextural-semiotischen Dualsysteme benötigt.

Abschliessend wollen wir noch darauf hinweisen, dass man unser obiges Schema auch in der Form eines Transformationsschemas schreiben kann, so dass wir also analog die folgenden 4 Typen von semiotischen Transformationen erhalten:

$$\begin{array}{l||l} O \rightarrow O & Z \Rrightarrow O \\ Z \rightarrow Z & O \Rrightarrow Z \end{array}$$

Bei der Transformation eines Objektes in ein Objekt können wir etwa an das Töpfern einer Vase aus Lehm denken, solange die Vase nicht als Totenurne o.ä. fungiert. Als Beispiele für die Transformation von Zeichen in Zeichen können wir die semiotischen Operationen wie Adjunktion, Iteration und Superisation erwähnen (Bense und Walther 1973, s.v.). Beide Typen, $O \rightarrow O$ und $Z \rightarrow Z$, sind monokontextural, da hier die Grenzen von Zeichen und Objekt gewahrt bleiben, wogegen die beiden Transformationstypen auf der rechten Seite polykontextural sind. Der erste Typ, $Z \Rrightarrow O$, bezeichnet die Transformation eines Zeichens in ein Objekt. Beispiele sind Kopie, Durschlag, Faksimile, aber auch weitere Formen von Nachbildung wie etwa die Rekonstruktion von "Ursprachen" in der historischen Sprachwissenschaft, wo also das Objekt der Ursprache aus den Wortzeichen mehrerer lebender oder toter Sprachen mittels Lautgesetzen rekonstruiert wird. Kopie, Durchschläge, Faksimilia, etc. sind also Zeichenobjekte. Der zweite Typ, $O \Rrightarrow Z$, also die Objektzeichen, umfassen neben den bereits genannten Attrappen sämtliche Formen von Imitationen wie Replikate, Duplikate, Fälschungen, etc. Bemerkenswerterweise korrespondiert bei diesen beiden polykontexturalen Typen also die sofort einsichtige Dualität von Zeichenobjekten und Objektzeichen die nicht auf der Hand liegende Dualität von Nachbildungen und Imitationen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Übergänge zwischen numerischer und semiotischer Ästhetik. In: Plebe, Armando (Hrsg.), Semiotica ed Estetica. Roma 1981, S. 15-20

Bense, Max/Walther, Elisabeth (Hrsg.), Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Bühler, Karl, Sprachtheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1965

Götz, Matthias, Buridans Esel. Zur Semotizität von Marken. In: Semiosis 19, 1980, S. 57-67

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes denkender Räume in rechnender Leere. Glasgow 2004

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

von Ehrenfels, Christian, Über "Gestaltqualitäten". In: ders., Psychologie, Ethik, Erkenntnistheorie. Philosophische Schriften, Bd. 3. München und Wien 1988, S. 128-167

Wiesenfarth, Gerhard, Mikroästhetische Kennzeichnung der "Prägnanz". In: Semiosis 14, 1979, S. 13-25

Wiesenfarth, Gerhard, Gliederung und Superierung im makroästhetischen Beschreibungsmodell. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 128-142

Wiesenfarth, Gerhard, Materiale Gestaltung als Prozess. In: Semiosis 21, 1981, S. 49-66 (1981a)

Wiesenfarth, Gerhard, Zur Klärung des Begriffs "Prägnanz". "Gestaltgüte" im makroästhetischen Beschreibungsmodell. In: Plebe, Armando (Hrsg.), Semiotica ed Estetica. Roma 1981, S.103-120

Nullzeichen und kategoriale Spur

1. Bilden wir zur Peirceschen Zeichenrelation, eingeführt als Menge

$ZR = (M, O, I)$,

die Potenzmenge, so bekommen wir

$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{M, I\}, \{O, I\}, \{M, O, I\}, \varnothing\}$.

Hier gilt also, solange wir uns auf ungeordnete Mengen beschränken,

$\{M, O\} = \{O, M\}$,

$\{O, I\} = \{I, O\}$,

$\{M, I\} = \{I, M\}$.

$\{M, O, I\} = \{M, I, O\} = \{I, M, O\} = \{I, O, M\} = \{O, M, I) = \{O, I, M\}$.

Ferner gilt in mono- oder bilateralen Abbildungen z.B.

$\varnothing_M \leftrightarrow \{M_M, O_M\}, \varnothing_M \leftrightarrow \{M_M, O_O\}, \varnothing_M \leftrightarrow \{M_M, O_I\} =$

$\{M_M, O_M\} \leftrightarrow \varnothing_M, \{M_M, O_O\} \leftrightarrow \varnothing_M, \{M_M, O_I\} \leftrightarrow \varnothing_M$

2. Nun sind wir aber in früheren Arbeiten zur semiotischen Objekttheorie (vgl. z.B. Toth 2009a) auch Gebilden begegnet wie Obzeichen

$OZ = \{<\mathcal{M}, M>, <\Omega, O>, <\mathcal{I}, I>\}$

oder Zeichenobjekten

$ZO = \{<M, \mathcal{M}>, <O, \Omega>, <I, \mathcal{I}>\}$,

bei denen also statt Subzeichen geordnete Paare von Subzeichen die triadischen Relationen bilden. Die Frage, die sich somit stellt, ist also: Während man geordnete Paare wie

$<M_M, O_I>^\circ = < O_I, M_M>$

einfach konvertieren kann, wie konvertiert man solche Paare, bei denen das 1. oder das 2. Glied ein Nullzeichen ist, also z.B.

$<M_M, \varnothing_I>°, <\varnothing_M, O_I>°$.

Wenn man sich daran erinnert, dass ein Ausdruck wie

O_I

ja nichts anderes bedeutet als

$O \rightarrow I$,

mit dem nicht unwesentlichen Unterschied freilich, dass im ersten Ausdruck die Abbildung nur als Spur vorhanden ist, dann ist ja die Konverse

$(O \rightarrow I)° = (I \rightarrow O) \equiv I_O$,

d.h. zu supponierenden Konversen wie

$<M_M, \varnothing_I>° = <\varnothing_I, M_M>$

$<\varnothing_M, O_I>° = < O_I, \varnothing_M>$

völliger Blödsinn, d.h. die richtigen Lösungen lauten:

$<M_M, \varnothing_I>° = <I_\varnothing, M_M>$

$<\varnothing_M, O_I>° = < I_O, M_\varnothing>$,

woraus man nun ersieht, dass

$\varnothing_M° = M_\varnothing$

$\varnothing_O° = O_\varnothing$

$\varnothing_I° = I_\varnothing$

Damit wird natürlich garantiert, dass die in Toth (2009b) eingeführte, um das Nullzeichen erweiterte Zeichenrelation

$ZR^* = \{\varnothing, M, O, I\}$

bzw. die auf ihr konstruierten Zeichenklassen auch wirklich definierte Konversen, d.h. Realitätsthematiken besitzen, so, wie sie die triadischen, Nullzeichen-losen Peirceschen Zeichenklassen haben. Damit ergibt sich folgende Spurenmatrix für ZR*:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_0 & M_I & M_M \\ \varnothing_0 & O_0 & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_0 & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Es gibt also keine nicht-indizierten Spuren ($*\varnothing_\varnothing$), die Annahme einer "genuine" Spur widerspricht natürlich der ganzen Idee der Einführung von Spuren. Das Resultat ist daher eine nicht-quadratische, asymmetrische 4×3-Matrix, d.h. wie können ZR* nun präziser wiedergeben durch

$ZR^* = \{\varnothing_a, M_b, O_c, I_d\}$ mit a, ..., d $\in$ {M, O, I},

d.h. es handelt sich um eine tetradische, aber trichotomische Matrix genauso wie die in Toth (2008) eingeführte präsemiotische Matrix, und man ist also versucht, die Götzsche präsemiotische Trichotomie mit den Nullzeichen-Spuren zusammenzubringen (vgl. Götz 1982, S. 4, 28):

$(0.1) = \text{Sekanz} = \varnothing_M$

$(0.2) = \text{Semanz} = \varnothing_0$

$(0.3) = \text{Selektanz} = \varnothing_I$

Wir müssen hierauf aber in einer gesonderten Arbeit zurückkommen.

Zeichenklassen kann man daher in einer doppelten kategorialen Notation schreiben, z.B. indem man die triadischen Nachfolger als Subscripta und die trichotomischen Nachfolger als Superscripta anbringt. Dann würde z.B. (3.1 2.1 1.3) wie folgt aussehen:

$(3.1\ 2.1\ 1.3) = (I_0^M\ O_M^M\ M_I^I)$,

und es gilt

$\times(3.1\ 1.2\ 1.3) = (I_M^M\ M_M^0\ M_I^I)$.

Da dieses Notationssystem bei Zeichenklassen und Realitätsthematiken jedoch redundant ist, da die Triaden doppelt erscheinen, können wir wie folgt vereinfachen

$(3.1\ 2.1\ 1.3) = (I_0^M\ O_M^M\ M_I^I) = (I^M\ O^M\ M^I)$

$\times(3.1\ 1.2\ 1.3) = (I^M\ M^0\ M^I)$,

d.h. die doppelte Indizierung ist völlig unnötig.

Literatur

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Die 1177 spurentheoretisch-semiotischen Funktionen

1. Die semiotische Spurentheorie, d.h. die Theorie kategorialer Spuren, wurde in Toth (2009a, b, c, d, e) eingeführt, einschliesslich der Nullzeichen und Nullobjekte. Aus technischen Gründen schreiben wir die semiotische Spurenmatrix (links) wie folgt (rechts):

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \varnothing{*}M & M{*}O & M{*}I & M{*}M \\ \varnothing{*}O & O{*}O & O{*}I & O{*}M \\ \varnothing{*}I & I{*}O & I{*}I & I{*}M \end{pmatrix}$$

2. Bevor wir uns den 1162 möglichen spurentheoretisch-semiotischen Funktionen widmen, wollen wir noch auf eine allgemeine Besonderheiten dieser Funktionen hinweisen.

2.1. Es gibt homogene, homogen-heterogene und heterogene Funktionen. Beispiele:

$(\varnothing{*}M) = f(M{*}M, O{*}M)$
$(O{*}M) = f(M{*}M, \varnothing{*}M)$
$(\varnothing{*}M) = f(M{*}M, O{*}M, I{*}M)$

2.2. Es gibt komplementäre und nicht-komplementäre Funktionen. Beispiele:

$(\varnothing{*}M) = f(M{*}M, O{*}M)$	vs.	$(\varnothing{*}O) = f(M{*}M, O{*}M)$
$(O{*}M) = f(O{*}O, O{*}\varnothing)$	vs.	$(O{*}M) = f(O{*}\varnothing, O{*}I)$
$(\varnothing{*}M) = f(M{*}M, O{*}M, I{*}M)$	vs.	$(\varnothing{*}O) = f(M{*}O, I{*}M, O{*}O)$

2.3. Es gibt duale und nicht-duale Funktionen. Beispiele:

$[((\varnothing * M) = f(M^*M, O^*M)] \quad \times \quad [(M * \varnothing) = f(M^*O, M^*M)]$
$[(O^*M) = f(\varnothing * I, M^*O)] \quad \times \quad [(M^*O) = f(O^*M, I * \varnothing)]$

$[(\varnothing * M) = f(M^*M, O^*M, I^*M)] \quad \times \quad [(M * \varnothing) = f(M^*I, M^*O, M^*M)]$

3. Die 1162 spurentheoretisch-semiotischen Funktionen sind also Funktionen über 2 (im Falle von partiellen Funktionen) oder über 3 Variablen:

Minimales Schema: w = (x, y)
Maximales Schema: w = (x, y, z)

3.1. 12 Funktionen mit w = (∅∗M)

1. (∅∗M) = f(M*M, O*M)
2. (∅∗M) = f(M*M, O*M, I*M)

3. (∅∗M) = f(M*M, I*M)
4. (∅∗M) = f(M*M, I*M, O*M)

5. (∅∗M) = f(O*M, M*M)
6. (∅∗M) = f(O*M, M*M, I*M)

7. (∅∗M) = f(O*M, I*M)
8. (∅∗M) = f(O*M, I*M, M*M)

9. (∅∗M) = f(I*M, M*M)
10. (∅∗M) = f(I*M, M*M, O*M)

11. (∅∗M) = f(I*M, O*M)
12. (∅∗M) = f(I*M, O*M, M*M)

3.2. 41 Funktionen mit w = (∅∗O)

1. (∅∗O) = f(M*M, O*M)
2. (∅∗O) = f(M*M, O*M, I*M)

3. $(\varnothing * O)$ = f(M*M, I*M)
4. $(\varnothing * O)$ = f(M*M, I*M, O*M)
5. $(\varnothing * O)$ = f(M*O, O*M, I*M)
6. $(\varnothing * O)$ = f(M*O, O*O)
7. $(\varnothing * O)$ = f(M*O, O*O, I*M)
8. $(\varnothing * O)$ = f(M*O, O*O, I*O)
9. $(\varnothing * O)$ = f(M*O, I*M)
10. $(\varnothing * O)$ = f(M*O, I*M, O*M)
11. $(\varnothing * O)$ = f(M*O, I*M, O*O)
12. $(\varnothing * O)$ = f(M*O, I*O)
13. $(\varnothing * O)$ = f(M*O, I*O, O*O)
14. $(\varnothing * O)$ = f(O*M, M*M)
15. $(\varnothing * O)$ = f(O*M, M*M, I*M)
16. $(\varnothing * O)$ = f(O*M, M*O)
17. $(\varnothing * O)$ = f(O*M, M*O, I*M)
18. $(\varnothing * O)$ = f(O*M, I*M)
19. $(\varnothing * O)$ = f(O*M, I*M, M*M)
20. $(\varnothing * O)$ = f(O*M, I*M, M*O)
21. $(\varnothing * O)$ = f(O*O, M*O)
22. $(\varnothing * O)$ = f(O*O, M*O, I*M)
23. $(\varnothing * O)$ = f(O*O, M*O, I*O)
24. $(\varnothing * O)$ = f(O*O, I*M)
25. $(\varnothing * O)$ = f(O*O, I*M, M*O)
26. $(\varnothing * O)$ = f(O*O, I*O)
27. $(\varnothing * O)$ = f(O*O, I*O, M*O)
28. $(\varnothing * O)$ = f(I*M, M*M)
29. $(\varnothing * O)$ = f(I*M, M*M, O*M)

30. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*M, M*O)
31. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*M, M*O, O*M)
32. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*M, M*O, O*O)
33. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*M, O*M)
34. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*M, O*M, M*M)
35. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*M, O*M, M*O)
36. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*M, O*O)
37. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*M, O*O, M*O)
38. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*O, M*O)
39. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*O, M*O, O*O)
40. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*O, O*O)
41. $(\varnothing * \mathrm{O})$ = f(I*O, O*O, M*O)

3.3. 92 Funktionen mit w = $(\varnothing * \mathrm{I})$

1. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*M, O*M)
2. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*M, O*M, I*M)
3. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*M, I*M)
4. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*M, I*M, O*M)
5. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*O, O*M)
6. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*O, O*M, I*M)
7. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*O, O*O)
8. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*O, O*O, I*M)
9. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*O, O*O, I*O)
10. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*O, I*M)
11. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*O, I*M, O*M)
12. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*O, I*M, O*O)
13. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*O, I*O)
14. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*O, I*O, O*O)

15. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, O*M)
16. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, O*M, I*M)
17. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, O*O)
18. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, O*O, I*M)
19. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, O*O, I*O)
20. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, O*I)
21. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, O*I, I*M)
22. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, O*I, I*O)
23. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, O*I, I*I)
24. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, I*M)
25. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, I*M, O*M)
26. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, I*M, O*O)
27. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, I*M, O*I)
28. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, I*O)
29. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, I*O, O*O)
30. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, I*O, O*I)
31. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, I*I)
32. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(M*I, I*I, O*I)
33. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*M, M*M)
34. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*M, M*M, I*M)
35. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*M, M*O, I*M)
36. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*M, M*I)
37. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*M, M*I, I*M)
38. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*M, I*M)
39. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*M, I*M, M*M)
40. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*M, I*M, M*O)
41. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*M, I*M, M*I)

42. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, M*O)
43. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, M*O, I*M)

44. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, M*O, I*O)

45. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, M*I)
46. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, M*I, I*M)

47. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, M*I, I*O)

48. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, I*M)
49. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, I*M, M*O)

50. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, I*M, M*I)

51. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, I*O)
52. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, I*O, M*O)

53. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*O, I*O, M*I)

54. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*I, M*I)
55. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*I, M*I, I*M)

56. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*I, M*I, I*O)

57. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*I, M*I, I*I)
58. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*I, I*M)
59. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*I, I*M, M*I)

60. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*I, I*O)
61. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*I, I*O, M*I)

62. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(O*I, I*I, M*I)
63. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(I*M, M*M)
64. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(I*M, M*M, O*M)

65. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(I*M, M*O)
66. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(I*M, M*O, O*M)

67. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(I*M, M*O, O*O)

68. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(I*M, M*I)
69. $(\varnothing * \mathrm{I})$ = f(I*M, M*I, O*M)

70. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, M*I, O*O)

71. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, M*I, O*I)

72. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, O*M)
73. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, O*M, M*M)

74. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, O*M, M*O)

75. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, O*M, M*I)

76. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, O*O)
77. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, O*O, M*O)

78. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, O*O, M*I)

79. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, O*I)
80. $(\varnothing * I)$ = f(I*M, O*I, M*I)

81. $(\varnothing * I)$ = f(I*O, M*O)
82. $(\varnothing * I)$ = f(I*O, M*O, O*O)

83. $(\varnothing * I)$ = f(I*O, M*I)
84. $(\varnothing * I)$ = f(I*O, M*I, O*O)

85. $(\varnothing * I)$ = f(I*O, M*I, O*I)

86. $(\varnothing * I)$ = f(I*O, O*O)
87. $(\varnothing * I)$ = f(I*O, O*O, M*O)

88. $(\varnothing * I)$ = f(I*O, O*O, M*I)

89. $(\varnothing * I)$ = f(I*O, O*I)
90. $(\varnothing * I)$ = f(I*O, O*I, M*I)

91. $(\varnothing * I)$ = f(I*I, M*I, O*I)
92. $(\varnothing * I)$ = f(I*I, O*I, M*I)

3.4. 12 Funktionen mit w = $(M * \varnothing)$

1. $(M * \varnothing)$ = f(M*M, M*O)
2. $(M * \varnothing)$ = f(M*M, M*O, M*I)

3. $(M * \varnothing)$ = f(M*M, M*I)

4. (M∗∅) = f(M*M, M*I, M*O)

5. (M∗∅) = f(M*O, M*M)
6. (M∗∅) = f(M*O, M*M, M*I)

7. (M∗∅) = f(M*O, M*I)
8. (M∗∅) = f(M*O, M*I, M*M)

9. (M∗∅) = f(M*I, M*M)
10. (M∗∅) = f(M*I, M*M, M*O)

11. (M∗∅) = f(M*I, M*O)
12. (M∗∅) = f(M*I, M*O, M*M)

3.5. 64 Funktionen mit w = (M*M)

1. (M*M) = f(∅∗M, O*M)

2. (M*M) = f(∅∗M, O*M, I*M)

3. (M*M) = f(∅∗M, I*M)

4. (M*M) = f(∅∗M, I*M, O*M)

5. (M*M) = f(∅∗O, O*M)

6. (M*M) = f(∅∗O, O*M, I*M)

7. (M*M) = f(∅∗O, I*M)

8. (M*M) = f(∅∗O, I*M, O*M)

9. (M*M) = f(∅∗I, O*M)

10. (M*M) = f(∅∗I, O*M, I*M)

11. (M*M) = f(∅∗I, I*M)

12. (M*M) = f(∅∗I, I*M, O*M)

13. (M*M) = f(M∗∅, M*O)

14. (M*M) = f(M∗∅, M*O, M*I)

15. (M*M) = f(M∗∅, M*I)

16. (M*M) = f($M*\varnothing$, M*I, M*O)

17. (M*M) = f(M*O, $M*\varnothing$)

18. (M*M) = f(M*O, $M*\varnothing$, M*I)

19. (M*M) = f(M*O, M*I)

20. (M*M) = f(M*O, M*I, $M*\varnothing$)

21. (M*M) = f(M*O, M*I, $O*\varnothing$)

22. (M*M) = f(M*O, M*I, $I*\varnothing$)

23. (M*M) = f(M*O, $O*\varnothing$)

24. (M*M) = f(M*O, $O*\varnothing$, M*I)

25. (M*M) = f(M*O, $I*\varnothing$)

26. (M*M) = f(M*O, $I*\varnothing$, M*I)

27. (M*M) = f(M*I, $M*\varnothing$)

28. (M*M) = f(M*I, $M*\varnothing$, M*O)

29. (M*M) = f(M*I, M*O)

30. (M*M) = f(M*I, M*O, $M*\varnothing$)

31. (M*M) = f(M*I, M*O, $O*\varnothing$)

32. (M*M) = f(M*I, M*O, $I*\varnothing$)

33. (M*M) = f(M*I, $O*\varnothing$)

34. (M*M) = f(M*I, $O*\varnothing$, M*O)

35. (M*M) = f(M*I, $I*\varnothing$)

36. (M*M) = f(M*I, $I*\varnothing$, M*O)

37. (M*M) = f($O*\varnothing$, M*O)

38. (M*M) = f($O*\varnothing$, M*O, M*I)

39. (M*M) = f($O*\varnothing$, M*I)

40. (M*M) = f($O*\varnothing$, M*I, M*O)

41. (M*M) = f(O*M, $\varnothing*M$)

42. (M*M) = f(O*M, $\varnothing*M$, I*M)

43. (M*M) = f(O*M, $\varnothing*O$)

44. (M*M) = f(O*M, $\varnothing*O$, I*M)

45. (M*M) = f(O*M, $\varnothing*I$)

46. (M*M) = f(O*M, $\varnothing*I$, I*M)

47. (M*M) = f(O*M, I*M)

48. (M*M) = f(O*M, I*M, $\varnothing*M$)

49. (M*M) = f(O*M, I*M, $\varnothing*O$)

50. (M*M) = f(O*M, I*M, $\varnothing*I$)

51. (M*M) = f($I*\varnothing$, M*O)

52. (M*M) = f($I*\varnothing$, M*O, M*I)

53. (M*M) = f($I*\varnothing$, M*I)

54. (M*M) = f($I*\varnothing$, M*I, M*O)

55. (M*M) = f(I*M, $\varnothing*M$)

56. (M*M) = f(I*M, $\varnothing*M$, O*M)

57. (M*M) = f(I*M, $\varnothing*O$)

58. (M*M) = f(I*M, $\varnothing*O$, O*M)

59. (M*M) = f(I*M, $\varnothing*I$)

60. (M*M) = f(I*M, $\varnothing*I$, O*M)

61. (M*M) = f(I*M, O*M)

62. (M*M) = f(I*M, O*M, $\varnothing*M$)

63. (M*M) = f(I*M, O*M, $\varnothing*O$)

64. (M*M) = f(I*M, O*M, ∅∗I)

3.6. 115 Funktionen mit w = (M*O)

1. (M*O) = f(∅∗O, O*M)

2. (M*O) = f(∅∗O, O*M, I*M)

3. (M*O) = f(∅∗O, O*O)

4. (M*O) = f(∅∗O, O*O, I*M)

5. (M*O) = f(∅∗O, O*O, I*O)

6. (M*O) = f(∅∗O, I*M)

7. (M*O) = f(∅∗O, I*M, O*M)

8. (M*O) = f(∅∗O, I*M, O*O)

9. (M*O) = f(∅∗O, I*O)

10. (M*O) = f(∅∗O, I*O, O*O)

11. (M*O) = f(∅∗I, O*M)

12. (M*O) = f(∅∗I, O*M, I*M)

13. (M*O) = f(∅∗I, O*O)

14. (M*O) = f(∅∗I, O*O, I*M)

15. (M*O) = f(∅∗I, O*O, I*O)

16. (M*O) = f(∅∗I, I*M)

17. (M*O) = f(∅∗I, I*M, O*M)

18. (M*O) = f(∅∗I, I*M, O*O)

19. (M*O) = f(∅∗I, I*O)

20. (M*O) = f(∅∗I, I*O, O*O)

21. (M*O) = f(M∗∅, M*M)

22. (M*O) = f(M∗∅, M*M, M*I)

23. (M*O) = f(M∗∅, M*I)
24. (M*O) = f(M∗∅, M*I, M*M)

25. (M*O) = f(M*M, M∗∅)
26. (M*O) = f(M*M, M∗∅, M*I)

27. (M*O) = f(M*M, M*I)
28. (M*O) = f(M*M, M*I, M∗∅)

29. (M*O) = f(M*M, M*I, O∗∅)

30. (M*O) = f(M*M, M*I, I∗∅)

31. (M*O) = f(M*M, O∗∅)
32. (M*O) = f(M*M, O∗∅, M*I)

33. (M*O) = f(M*M, I∗∅)
34. (M*O) = f(M*M, I∗∅, M*I)

35. (M*O) = f(M*I, M∗∅)
36. (M*O) = f(M*I, M∗∅, M*M)

37. (M*O) = f(M*I, M*M)
38. (M*O) = f(M*I, M*M, M∗∅)

39. (M*O) = f(M*I, M*M, O∗∅)

40. (M*O) = f(M*I, M*M, I∗∅)

41. (M*O) = f(M*I, O∗∅)
42. (M*O) = f(M*I, O∗∅, M*M)

43. (M*O) = f(M*I, O*M)
44. (M*O) = f(M*I, O*M, O∗∅)

45. (M*O) = f(M*I, I∗∅)
46. (M*O) = f(M*I, I∗∅, M*M)

47. (M*O) = f(M*I, I∗∅, O*M)

48. (M*O) = f(M*I, I∗∅, I*M)

49. (M*O) = f(M*I, I*M)
50. (M*O) = f(M*I, I*M, I∗∅)

51. (M*O) = f(O∗∅, M*M)
52. (M*O) = f(O∗∅, M*I O*M)

53. (M*O) = f(O∗∅, M*I)
54. (M*O) = f(O∗∅, M*I, M*M)

55. (M*O) = f(O∗∅, O*M)
56. (M*O) = f(O∗∅, O*M, M*I)

57. (M*O) = f(O*M, ∅∗O)

58. (M*O) = f(O*M, ∅∗O, I*M)

59. (M*O) = f(O*M, ∅∗I)

60. (M*O) = f(O*M, ∅∗I, I*M)

61. (M*O) = f(O*M, M*I)
62. (M*O) = f(O*M, M*I, O∗∅)

63. (M*O) = f(O*M, M*I, I∗∅)

64. (M*O) = f(O*M, O∗∅)
65. (M*O) = f(O*M, O∗∅, M*I)

66. (M*O) = f(O*M, I∗∅)
67. (M*O) = f(O*M, I∗∅, M*I)

68. (M*O) = f(O*M, I*M)
69. (M*O) = f(O*M, I*M, ∅∗O)

70. (M*O) = f(O*M, I*M, ∅∗I)

71. (M*O) = f(O*O, ∅∗O)

72. (M*O) = f(O*O, ∅∗O, I*M)

73. (M*O) = f(O*O, ∅∗O, I*O)

74. (M*O) = f(O*O, ∅∗I)

75. (M*O) = f(O*O, ∅∗I, I*M)

76. (M*O) = f(O*O, ∅∗I, I*O)

77. (M*O) = f(O*O, I*M)
78. (M*O) = f(O*O, I*M, ∅∗O)

79. (M*O) = f(O*O, I*M, ∅∗I)

80. (M*O) = f(O*O, I*O)
81. (M*O) = f(O*O, I*O, ∅∗O)

82. (M*O) = f(O*O, I*O, ∅∗I)

83. (M*O) = f(I∗∅, M*M)
84. (M*O) = f(I∗∅, M*M, M*I)

85. (M*O) = f(I∗∅, M*I)
86. (M*O) = f(I∗∅, M*I, M*M)

87. (M*O) = f(I∗∅, M*I, O*M)

88. (M*O) = f(I∗∅, M*I, I*M)

89. (M*O) = f(I∗∅, O*M)
90. (M*O) = f(I∗∅, O*M, M*I)

91. (M*O) = f(I∗∅, I*M)
92. (M*O) = f(I∗∅, I*M, M*I)

93. (M*O) = f(I*M, ∅∗O)

94. (M*O) = f(I*M, ∅∗O, O*M)

95. (M*O) = f(I*M, ∅∗O, O*O)

96. (M*O) = f(I*M, ∅∗I)

97. (M*O) = f(I*M, ∅∗I, O*M)

98. (M*O) = f(I*M, ∅∗I, O*O)

99. (M*O) = f(I*M, M*I)
100. (M*O) = f(I*M, M*I, I∗∅)

101. (M*O) = f(I*M, O*M)
102. (M*O) = f(I*M, O*M, ∅∗O)

103. (M*O) = f(I*M, O*M, ∅∗I)

104. (M*O) = f(I*M, O*O)
105. (M*O) = f(I*M, O*O, ∅*O)

106. (M*O) = f(I*M, O*O, ∅*I)

107. (M*O) = f(I*M, I*∅)
108. (M*O) = f(I*M, I*∅, M*I)

109. (M*O) = f(I*O, ∅*O)

110. (M*O) = f(I*O, ∅*O, O*O)

111. (M*O) = f(I*O, ∅*I)

112. (M*O) = f(I*O, ∅*I, O*O)

113. (M*O) = f(I*O, O*O)
114. (M*O) = f(I*O, O*O, ∅*O)

115. (M*O) = f(I*O, O*O, ∅*I)

3.7. 154 Funktionen mit w = (M*I)

1. (M*I) = f(∅*I, O*M)

2. (M*I) = f(∅*I, O*M, I*M)

3. (M*I) = f(∅*I, O*O)

4. (M*I) = f(∅*I, O*O, I*M)

5. (M*I) = f(∅*I, O*O, I*O)

6. (M*I) = f(∅*I, O*I)

7. (M*I) = f(∅*I, O*I, I*M)

8. (M*I) = f(∅*I, O*I, I*O)

9. (M*I) = f(∅*I, O*I, I*I)
10. (M*I) = f(∅*I, I*M)

11. (M*I) = f(∅*I, I*M, O*M)

12. (M*I) = f(∅*I, I*M, O*O)

13. (M*I) = f(∅*I, I*M, O*I)

14. (M*I) = f(∅*I, I*O)

15. (M*I) = f(∅*I, I*O, O*O)

16. (M*I) = f(∅*I, I*O, O*I)

17. (M*I) = f(∅*I, I*I)

18. (M*I) = f(∅*I, I*I, O*I)
19. (M*I) = f(M*∅, M*M)
20. (M*I) = f(M*∅, M*M, M*O)

21. (M*I) = f(M*∅, M*O)
22. (M*I) = f(M*∅, M*O, M*M)

23. (M*I) = f(M*M, M*∅)
24. (M*I) = f(M*M, M*∅, M*O)

25. (M*I) = f(M*M, M*O)
26. (M*I) = f(M*M, M*O, M*∅)

27. (M*I) = f(M*M, M*O, O*∅)

28. (M*I) = f(M*M, M*O, I*∅)

29. (M*I) = f(M*M, I*∅)
30. (M*I) = f(M*M, I*∅, M*O)
31. (M*I) = f(M*O, M*∅)
32. (M*I) = f(M*O, M*∅, M*M)
33. (M*I) = f(M*O, M*M)
34. (M*I) = f(M*O, M*M, M*∅)
35. (M*I) = f(M*O, M*M, O*∅)
36. (M*I) = f(M*O, M*M, I*∅)
37. (M*I) = f(M*O, O*∅)
38. (M*I) = f(M*O, O*∅, M*M)
39. (M*I) = f(M*O, O*∅, O*M)
40. (M*I) = f(M*O, O*M)
41. (M*I) = f(M*O, O*M, O*∅)
42. (M*I) = f(M*O, O*M, I*∅)

43.(M*I) = f(M*O, I∗∅)
44.(M*I) = f(M*O, I∗∅, M*M)
45.(M*I) = f(M*O, I∗∅, O*M)
46.(M*I) = f(M*O, I∗∅, I*M)
47.(M*I) = f(M*O, I*M)
48.(M*I) = f(M*O, I*M, I∗∅)
49.(M*I) = f(O∗∅, M*M)
50.(M*I) = f(O∗∅, M*M, M*O)
51.(M*I) = f(O∗∅, M*O)
52.(M*I) = f(O∗∅, M*O, M*M)
53.(M*I) = f(O∗∅, M*O, O*M)
54.(M*I) = f(O∗∅, O*M)
55.(M*I) = f(O∗∅, O*M, M*O)
56.(M*I) = f(O∗∅, O*M, O*O)
57.(M*I) = f(O∗∅, O*O)
58.(M*I) = f(O∗∅, O*O, O*M)
59.(M*I) = f(O*M, ∅∗I)
60.(M*I) = f(O*M, ∅∗I, I*M)
61.(M*I) = f(O*M, M*O)
62.(M*I) = f(O*M, M*O, O∗∅)
63.(M*I) = f(O*M, M*O, I∗∅)
64.(M*I) = f(O*M, O∗∅)
65.(M*I) = f(O*M, O∗∅, M*O)
66.(M*I) = f(O*M, O∗∅, O*O)
67.(M*I) = f(O*M, O*O)
68.(M*I) = f(O*M, O*O, O∗∅)
69.(M*I) = f(O*M, O*O, I∗∅)
70.(M*I) = f(O*M, I∗∅)
71.(M*I) = f(O*M, I∗∅, M*O)
72.(M*I) = f(O*M, I∗∅, O*O)
73.(M*I) = f(O*M, I*M)
74.(M*I) = f(O*M, I*M, ∅∗I)
75.(M*I) = f(O*O, ∅∗I)
76.(M*I) = f(O*O, ∅∗I, I*M)
77.(M*I) = f(O*O, ∅∗I, I*O)
78.(M*I) = f(O*O, O∗∅)

79.(M*I) = f(O*O, O∗∅, O*M)
80.(M*I) = f(O*O, O*M)
81.(M*I) = f(O*O, O*M, O∗∅)
82.(M*I) = f(O*O, O*M, I∗∅)
83.(M*I) = f(O*O, I∗∅)
84.(M*I) = f(O*O, I∗∅, O*M)
85.(M*I) = f(O*O, I∗∅, I*M)
86.(M*I) = f(O*O, I*M)
87.(M*I) = f(O*O, I*M, ∅∗I)
88.(M*I) = f(O*O, I*M, I∗∅)
89.(M*I) = f(O*O, I*O)
90.(M*I) = f(O*O, I*O, ∅∗I)
91.(M*I) = f(O*I, ∅∗I)
92.(M*I) = f(O*I, ∅∗I, I*M)
93.(M*I) = f(O*I, ∅∗I, I*O)
94. (M*I) = f(O*I, ∅∗I, I*I)
95.(M*I) = f(O*I, I*M)
96.(M*I) = f(O*I, I*M, ∅∗I)
97.(M*I) = f(O*I, I*O)
98.(M*I) = f(O*I, I*O, ∅∗I)
99.(M*I) = f(O*I, I*I)
100. (M*I) = f(O*I, I*I, ∅∗I)
101. (M*I) = f(I∗∅, M*M)
102. (M*I) = f(I∗∅, M*M, M*O)
103. (M*I) = f(I∗∅, M*O)
104. (M*I) = f(I∗∅, M*O, M*M)
105. (M*I) = f(I∗∅, M*O, O*M)
106. (M*I) = f(I∗∅, M*O, I*M)
107. (M*I) = f(I∗∅, O*M)
108. (M*I) = f(I∗∅, O*M, M*O)
109. (M*I) = f(I∗∅, O*M, O*O)
110. (M*I) = f(I∗∅, O*O)
111. (M*I) = f(I∗∅, O*O, O*M)
112. (M*I) = f(I∗∅, O*O, I*M)
113. (M*I) = f(I∗∅, I*M)
114. (M*I) = f(I∗∅, I*M, M*O)

115. (M*I) = f(I*∅, I*M, O*O)
116. (M*I) = f(I*∅, I*M, I*O)
117. (M*I) = f(I*∅, I*O)
118. (M*I) = f(I*∅, I*O, I*M)
119. (M*I) = f(I*M, ∅*I)
120. (M*I) = f(I*M, ∅*I, O*M)
121. (M*I) = f(I*M, ∅*I, O*O)
122. (M*I) = f(I*M, ∅*I, O*I)
123. (M*I) = f(I*M, M*O)
124. (M*I) = f(I*M, M*O, I*∅)
125. (M*I) = f(I*M, O*M)
126. (M*I) = f(I*M, O*M, ∅*I)
127. (M*I) = f(I*M, O*O)
128. (M*I) = f(I*M, O*O, ∅*I)
129. (M*I) = f(I*M, O*O, I*∅)
130. (M*I) = f(I*M, O*I)
131. (M*I) = f(I*M, O*I, ∅*I)
132. (M*I) = f(I*M, I*∅)
133. (M*I) = f(I*M, I*∅, M*O)
134. (M*I) = f(I*M, I*∅, O*O)
135. (M*I) = f(I*M, I*∅, I*O)
136. (M*I) = f(I*M, I*O)
137. (M*I) = f(I*M, I*O, I*∅)
138. (M*I) = f(I*O, ∅*I)
139. (M*I) = f(I*O, ∅*I, O*O)
140. (M*I) = f(I*O, ∅*I, O*I)
141. (M*I) = f(I*O, O*O)
142. (M*I) = f(I*O, O*O, ∅*I)
143. (M*I) = f(I*O, O*I)
144. (M*I) = f(I*O, O*I, ∅*I)
145. (M*I) = f(I*O, I*∅)
146. (M*I) = f(I*O, I*∅, I*M)
147. (M*I) = f(I*O, I*M)
148. (M*I) = f(I*O, I*M, I*∅)
149. (M*I) = f(I*I, ∅*I)
150. (M*I) = f(I*I, ∅*I, O*I)

151. (M*I) = f(I*I, O*I)
152. (M*I) = f(I*I, O*I, ∅*I)

3.8. 41 Funktionen mit w = (O*∅)

1. (O*∅) = f(M*M, M*O)
2. (O*∅) = f(M*M, M*O, M*I)

3. (O*∅) = f(M*M, M*I)
4. (O*∅) = f(M*M, M*I, M*O)

5. (O*∅) = f(M*O, M*M)
6. (O*∅) = f(M*O, M*M, M*I)

7. (O*∅) = f(M*O, M*I)
8. (O*∅) = f(M*O, M*I, M*M)

9. (O*∅) = f(M*O, M*I, O*M)

10. (O*∅) = f(M*O, O*M, M*I)

11. (O*∅) = f(M*I, M*M)
12. (O*∅) = f(M*I, M*M, M*O)

13. (O*∅) = f(M*I, M*O)
14. (O*∅) = f(M*I, M*O, M*M)

15. (O*∅) = f(M*I, M*O, O*M)

16. (O*∅) = f(M*I, O*M)
17. (O*∅) = f(M*I, O*M, M*O)

18. (O*∅) = f(M*I, O*M, O*O)

19. (O*∅) = f(M*I, O*O)
20. (O*∅) = f(M*I, O*O, O*M)

21. (O*∅) = f(O*M, M*O)
22. (O*∅) = f(O*M, M*O, M*I)

23. (O*∅) = f(O*M, M*I)
24. (O*∅) = f(O*M, M*I, M*O)

25. (O∗∅) = f(O*M, M*I, O*O)

26. (O∗∅) = f(O*M, O*O)
27. (O∗∅) = f(O*M, O*O, M*I)

28. (O∗∅) = f(O*M, O*O, O*I)

29. (O∗∅) = f(O*M, O*I)
30. (O∗∅) = f(O*M, O*I, O*O)

31. (O∗∅) = f(O*O, M*I)
32. (O∗∅) = f(O*O, M*I, O*M)

33. (O∗∅) = f(O*O, O*M)
34. (O∗∅) = f(O*O, O*M, M*I)

35. (O∗∅) = f(O*O, O*M, O*I)

36. (O∗∅) = f(O*O, O*I)
37. (O∗∅) = f(O*O, O*I, O*M)

38. (O∗∅) = f(O*I, O*M)
39. (O∗∅) = f(O*I, O*M, O*O)

40. (O∗∅) = f(O*I, O*O)
41. (O∗∅) = f(O*I, O*O, O*M)

3.9. 116 Funktionen mit w = (O*M)

1. (O*M) = f(∅∗M, M*M)
2. (O*M) = f(∅∗M, M*M, I*M)
3. (O*M) = f(∅∗O, M*M)
4. (O*M) = f(∅∗O, M*M, I*M)
5. (O*M) = f(∅∗O, M*O)
6. (O*M) = f(∅∗O, M*O, I*M)
7. (O*M) = f(∅∗O, I*M)
8. (O*M) = f(∅∗O, I*M, M*M)
9. (O*M) = f(∅∗O, I*M, M*O)
10. (O*M) = f(∅∗I, M*M)
11. (O*M) = f(∅∗I, M*M, I*M)
12. (O*M) = f(∅∗I, M*O)

13.(O*M) = f(∅∗I, M*O, I*M)
14.(O*M) = f(∅∗I, M*I)
15.(O*M) = f(∅∗I, M*I, I*M)
16.(O*M) = f(∅∗I, I*M)
17.(O*M) = f(∅∗I, I*M, M*M)
18.(O*M) = f(∅∗I, I*M, M*O)
19.(O*M) = f(∅∗I, I*M, M*I)
20.(O*M) = f(M*M, ∅∗M)
21.(O*M) = f(M*M, ∅∗M, I*M)
22.(O*M) = f(M*M, ∅∗O)
23.(O*M) = f(M*M, ∅∗O, I*M)
24.(O*M) = f(M*M, ∅∗I)
25.(O*M) = f(M*M, ∅∗I, I*M)
26.(O*M) = f(M*M, I*M)
27.(O*M) = f(M*M, I*M, ∅∗M)
28.(O*M) = f(M*M, I*M, ∅∗O)
29.(O*M) = f(M*M, I*M, ∅∗I)
30.(O*M) = f(M*O, ∅∗O)
31.(O*M) = f(M*O, ∅∗O, I*M)
32.(O*M) = f(M*O, ∅∗I)
33.(O*M) = f(M*O, ∅∗I, I*M)
34.(O*M) = f(M*O, M*I, I∗∅)
35.(O*M) = f(M*O, M*I)
36.(O*M) = f(M*O, M*I, O∗∅)
37.(O*M) = f(M*O, O∗∅)
38.(O*M) = f(M*O, O∗∅, M*I)
39.(O*M) = f(M*O, I∗∅)
40.(O*M) = f(M*O, I∗∅, M*I)
41.(O*M) = f(M*O, I*M)
42.(O*M) = f(M*O, I*M, ∅∗O)
43.(O*M) = f(M*O, I*M, ∅∗I)
44.(O*M) = f(M*I, ∅∗I)
45.(O*M) = f(M*I, ∅∗I, I*M)
46.(O*M) = f(M*I, M*O)
47.(O*M) = f(M*I, M*O, O∗∅)
48.(O*M) = f(M*I, M*O, I∗∅)

49. (O*M) = f(M*I, O∗∅)
50. (O*M) = f(M*I, O∗∅, M*O)
51. (O*M) = f(M*I, O∗∅, O*O)
52. (O*M) = f(M*I, O*O)
53. (O*M) = f(M*I, O*O, O∗∅)
54. (O*M) = f(M*I, O*O, I∗∅)
55. (O*M) = f(M*I, I∗∅)
56. (O*M) = f(M*I, I∗∅, M*O)
57. (O*M) = f(M*I, I∗∅, O*O)
58. (O*M) = f(M*I, I*M)
59. (O*M) = f(M*I, I*M, ∅∗I)
60. (O*M) = f(O∗∅, M*O)
61. (O*M) = f(O∗∅, M*O, M*I)
62. (O*M) = f(O∗∅, M*I)
63. (O*M) = f(O∗∅, M*I, M*O)
64. (O*M) = f(O∗∅, M*I, O*O)
65. (O*M) = f(O∗∅, O*O)
66. (O*M) = f(O∗∅, O*O, M*I)
67. (O*M) = f(O∗∅, O*O, O*I)
68. (O*M) = f(O∗∅, O*I)
69. (O*M) = f(O∗∅, O*I, O*O)
70. (O*M) = f(O*O, M*I)
71. (O*M) = f(O*O, M*I, O∗∅)
72. (O*M) = f(O*O, M*I, I∗∅)
73. (O*M) = f(O*O, O∗∅)
74. (O*M) = f(O*O, O∗∅, M*I)
75. (O*M) = f(O*O, O∗∅, O*I)
76. (O*M) = f(O*O, O*I)
77. (O*M) = f(O*O, O*I, O∗∅)
78. (O*M) = f(O*O, O*I, I∗∅)
79. (O*M) = f(O*O, I∗∅)
80. (O*M) = f(O*O, I∗∅, M*I)
81. (O*M) = f(O*O, I∗∅, O*I)
82. (O*M) = f(O*I, O∗∅)
83. (O*M) = f(O*I, O∗∅, O*O)
84. (O*M) = f(O*I, O*O)

85. (O*M) = f(O*I, O*O, $O*\varnothing$)
86. (O*M) = f(O*I, O*O, $I*\varnothing$)
87. (O*M) = f(O*I, $I*\varnothing$)
88. (O*M) = f(O*I, $I*\varnothing$, O*O)
89. (O*M) = f($I*\varnothing$, M*O)
90. (O*M) = f($I*\varnothing$, M*O, M*I)
91. (O*M) = f($I*\varnothing$, M*I)
92. (O*M) = f($I*\varnothing$, M*I, M*O)
93. (O*M) = f($I*\varnothing$, M*I, O*O)
94. (O*M) = f($I*\varnothing$, O*O)
95. (O*M) = f($I*\varnothing$, O*O, M*I)
96. (O*M) = f($I*\varnothing$, O*O, O*I)
97. (O*M) = f($I*\varnothing$, O*I)
98. (O*M) = f($I*\varnothing$, O*I, O*O)
99. (O*M) = f(I*M, $\varnothing*M$)
100. (O*M) = f(I*M, $\varnothing*M$, M*M)
101. (O*M) = f(I*M, $\varnothing*O$)
102. (O*M) = f(I*M, $\varnothing*O$, M*M)
103. (O*M) = f(I*M, $\varnothing*O$, M*O)
104. (O*M) = f(I*M, $\varnothing*I$)
105. (O*M) = f(I*M, $\varnothing*I$, M*M)
106. (O*M) = f(I*M, $\varnothing*I$, M*O)
107. (O*M) = f(I*M, $\varnothing*I$, M*I)
108. (O*M) = f(I*M, M*M)
109. (O*M) = f(I*M, M*M, $\varnothing*M$)
110. (O*M) = f(I*M, M*M, $\varnothing*O$)
111. (O*M) = f(I*M, M*M, $\varnothing*I$)
112. (O*M) = f(I*M, M*O)
113. (O*M) = f(I*M, M*O, $\varnothing*O$)
114. (O*M) = f(I*M, M*O, $\varnothing*I$)
115. (O*M) = f(I*M, M*I)
116. (O*M) = f(I*M, M*I, $\varnothing*I$)

3.10. 114 Funktionen mit w = (O*O)

1. (O*O) = f(∅∗O, M*O)
2. (O*O) = f(∅∗O, M*O, I*M)
3. (O*O) = f(∅∗O, M*O, I*O)
4. (O*O) = f(∅∗O, I*M)
5. (O*O) = f(∅∗O, I*M, M*O)
6. (O*O) = f(∅∗O, I*O)
7. (O*O) = f(∅∗O, I*O, M*O)
8. (O*O) = f(∅∗I, M*O)
9. (O*O) = f(∅∗I, M*O, I*M)
10. (O*O) = f(∅∗I, M*O, I*O)
11. (O*O) = f(∅∗I, M*I)
12. (O*O) = f(∅∗I, M*I, I*M)
13. (O*O) = f(∅∗I, M*I, I*O)
14. (O*O) = f(∅∗I, I*M)
15. (O*O) = f(∅∗I, I*M, M*O)
16. (O*O) = f(∅∗I, I*M, M*I)
17. (O*O) = f(∅∗I, I*O)
18. (O*O) = f(∅∗I, I*O, M*O)
19. (O*O) = f(∅∗I, I*O, M*I)
20. (O*O) = f(M*O, ∅∗O)
21. (O*O) = f(M*O, ∅∗O, I*M)
22. (O*O) = f(M*O, ∅∗O, I*O)
23. (O*O) = f(M*O, ∅∗I)
24. (O*O) = f(M*O, ∅∗I, I*M)
25. (O*O) = f(M*O, ∅∗I, I*O)
26. (O*O) = f(M*O, I*M)
27. (O*O) = f(M*O, I*M, ∅∗O)
28. (O*O) = f(M*O, I*M, ∅∗I)
29. (O*O) = f(M*O, I*O)
30. (O*O) = f(M*O, I*O, ∅∗O)
31. (O*O) = f(M*O, I*O, ∅∗I)
32. (O*O) = f(M*I, ∅∗I)
33. (O*O) = f(M*I, ∅∗I, I*M)
34. (O*O) = f(M*I, ∅∗I, I*O)

35.(O*O) = f(M*I, $O*\varnothing$)
36.(O*O) = f(M*I, $O*\varnothing$, O*M)
37.(O*O) = f(M*I, O*M)
38.(O*O) = f(M*I, O*M, $O*\varnothing$)
39.(O*O) = f(M*I, O*M, $I*\varnothing$)
40.(O*O) = f(M*I, $I*\varnothing$)
41.(O*O) = f(M*I, $I*\varnothing$, O*M)
42.(O*O) = f(M*I, $I*\varnothing$, I*M)
43.(O*O) = f(M*I, I*M)
44.(O*O) = f(M*I, I*M, $\varnothing*I$)
45.(O*O) = f(M*I, I*M, $I*\varnothing$)
46.(O*O) = f(M*I, I*O)
47.(O*O) = f(M*I, I*O, $\varnothing*I$)
48.(O*O) = f($O*\varnothing$, M*I)
49.(O*O) = f($O*\varnothing$, M*I, O*M)
50.(O*O) = f($O*\varnothing$, O*M)
51.(O*O) = f($O*\varnothing$, O*M, M*I)
52.(O*O) = f($O*\varnothing$, O*M, O*I)
53.(O*O) = f($O*\varnothing$, O*I)
54.(O*O) = f($O*\varnothing$, O*I, O*M)
55.(O*O) = f(O*M, M*I)
56.(O*O) = f(O*M, M*I, $O*\varnothing$)
57.(O*O) = f(O*M, M*I, $I*\varnothing$)
58.(O*O) = f(O*M, $O*\varnothing$)
59.(O*O) = f(O*M, $O*\varnothing$, M*I)
60.(O*O) = f(O*M, $O*\varnothing$, O*I)
61.(O*O) = f(O*M, O*I)
62.(O*O) = f(O*M, O*I, $O*\varnothing$)
63.(O*O) = f(O*M, O*I, $I*\varnothing$)
64.(O*O) = f(O*M, $I*\varnothing$)
65.(O*O) = f(O*M, $I*\varnothing$, M*I)
66.(O*O) = f(O*M, $I*\varnothing$, O*I)
67.(O*O) = f(O*I, $O*\varnothing$)
68.(O*O) = f(O*I, $O*\varnothing$, O*M)
69.(O*O) = f(O*I, O*M)
70.(O*O) = f(O*I, O*M, $O*\varnothing$)

71.(O*O) = f(O*I, O*M, I∗∅)
72.(O*O) = f(O*I, I∗∅)
73.(O*O) = f(O*I, I∗∅, O*M)
74.(O*O) = f(O*I, I∗∅, I*M)
75.(O*O) = f(O*I, I*M)
76.(O*O) = f(O*I, I*M, I∗∅)
77.(O*O) = f(I∗∅, M*I)
78.(O*O) = f(I∗∅, M*I, O*M)
79.(O*O) = f(I∗∅, M*I, I*M)
80.(O*O) = f(I∗∅, O*M)
81.(O*O) = f(I∗∅, O*M, M*I)
82.(O*O) = f(I∗∅, O*M, O*I)
83.(O*O) = f(I∗∅, O*I)
84.(O*O) = f(I∗∅, O*I, O*M)
85.(O*O) = f(I∗∅, O*I, I*M)
86.(O*O) = f(I∗∅, I*M)
87.(O*O) = f(I∗∅, I*M, M*I)
88.(O*O) = f(I∗∅, I*M, O*I)
89.(O*O) = f(I*M, ∅∗O)
90.(O*O) = f(I*M, ∅∗O, M*O)
91.(O*O) = f(I*M, ∅∗I)
92.(O*O) = f(I*M, ∅∗I, M*O)
93.(O*O) = f(I*M, ∅∗I, M*I)
94.(O*O) = f(I*M, M*O)
95.(O*O) = f(I*M, M*O, ∅∗O)
96.(O*O) = f(I*M, M*O, ∅∗I)
97.(O*O) = f(I*M, M*I)
98.(O*O) = f(I*M, M*I, ∅∗I)
99.(O*O) = f(I*M, M*I, I∗∅)
100. (O*O) = f(I*M, O*I)
101. (O*O) = f(I*M, O*I, I∗∅)
102. (O*O) = f(I*M, I∗∅)
103. (O*O) = f(I*M, I∗∅, M*I)
104. (O*O) = f(I*M, I∗∅, O*I)
105. (O*O) = f(I*O, ∅∗O)
106. (O*O) = f(I*O, ∅∗O, M*O)

107. (O*O) = f(I*O, ∅∗I)
108. (O*O) = f(I*O, ∅∗I, M*O)
109. (O*O) = f(I*O, ∅∗I, M*I)
110. (O*O) = f(I*O, M*O)
111. (O*O) = f(I*O, M*O, ∅∗O)
112. (O*O) = f(I*O, M*O, ∅∗I)
113. (O*O) = f(I*O, M*I)
114. (O*O) = f(I*O, M*I, ∅∗I)

3.11. 74 Funktionen mit w = (O*I)

1. (O*I) = f(∅∗I, M*I)
2. (O*I) = f(∅∗I, M*I, I*M)
3. (O*I) = f(∅∗I, M*I, I*O)
4. (O*I) = f(∅∗I, M*I, I*I)
5. (O*I) = f(∅∗I, I*M)
6. (O*I) = f(∅∗I, I*M, M*I)
7. (O*I) = f(∅∗I, I*O)
8. (O*I) = f(∅∗I, I*O, M*I)
9. (O*I) = f(∅∗I, I*I)
10. (O*I) = f(∅∗I, I*I, M*I)
11. (O*I) = f(M*I, ∅∗I)
12. (O*I) = f(M*I, ∅∗I, I*M)
13. (O*I) = f(M*I, ∅∗I, I*O)
14. (O*I) = f(M*I, ∅∗I, I*I)
15. (O*I) = f(M*I, I*M)
16. (O*I) = f(M*I, I*M, ∅∗I)
17. (O*I) = f(M*I, I*O)
18. (O*I) = f(M*I, I*O, ∅∗I)
19. (O*I) = f(M*I, I*I)
20. (O*I) = f(M*I, I*I, ∅∗I)
21. (O*I) = f(O∗∅, O*M)
22. (O*I) = f(O∗∅, O*M, O*O)
23. (O*I) = f(O∗∅, O*O)
24. (O*I) = f(O∗∅, O*O, O*M)
25. (O*I) = f(O*M, O∗∅)
26. (O*I) = f(O*M, O∗∅, O*O)

27.(O*I) = f(O*M, O*O)
28.(O*I) = f(O*M, O*O, O∗∅)
29.(O*I) = f(O*M, O*O, I∗∅)
30.(O*I) = f(O*M, I∗∅)
31.(O*I) = f(O*M, I∗∅, O*O)
32.(O*I) = f(O*O, O∗∅)
33.(O*I) = f(O*O, O∗∅, O*M)
34.(O*I) = f(O*O, O*M)
35.(O*I) = f(O*O, O*M, O∗∅)
36.(O*I) = f(O*O, O*M, I∗∅)
37.(O*I) = f(O*O, I∗∅)
38.(O*I) = f(O*O, I∗∅, O*M)
39.(O*I) = f(O*O, I∗∅, I*M)
40.(O*I) = f(O*O, I*M)
41.(O*I) = f(O*O, I*M, I∗∅)
42.(O*I) = f(I∗∅, O*M)
43.(O*I) = f(I∗∅, O*M, O*O)
44.(O*I) = f(I∗∅, O*O)
45.(O*I) = f(I∗∅, O*O, O*M)
46.(O*I) = f(I∗∅, O*O, I*M)
47.(O*I) = f(I∗∅, I*M)
48.(O*I) = f(I∗∅, I*M, O*O)
49.(O*I) = f(I∗∅, I*M, I*O)
50.(O*I) = f(I∗∅, I*O)
51.(O*I) = f(I∗∅, I*O, I*M)
52.(O*I) = f(I*M, ∅∗I)
53.(O*I) = f(I*M, ∅∗I, M*I)
54.(O*I) = f(I*M, M*I)
55.(O*I) = f(I*M, M*I, ∅∗I)
56.(O*I) = f(I*M, O*O)
57.(O*I) = f(I*M, O*O, I∗∅)
58.(O*I) = f(I*M, I∗∅)
59.(O*I) = f(I*M, I∗∅, O*O)
60.(O*I) = f(I*M, I∗∅, I*O)
61.(O*I) = f(I*M, I*O)
62.(O*I) = f(I*M, I*O, I∗∅)

63.(O*I) = f(I*O, ∅*I)
64.(O*I) = f(I*O, ∅*I, M*I)
65.(O*I) = f(I*O, M*I)
66.(O*I) = f(I*O, M*I, ∅*I)
67.(O*I) = f(I*O, I*∅)
68.(O*I) = f(I*O, I*∅, I*M)
69.(O*I) = f(I*O, I*M)
70.(O*I) = f(I*O, I*M, I*∅)
71.(O*I) = f(I*I, ∅*I)
72.(O*I) = f(I*I, ∅*I, M*I)
73.(O*I) = f(I*I, M*I)
74.(O*I) = f(I*I, M*I, ∅*I)

3.12. 92 Funktionen mit w = (I*∅)

1. (I*∅) = f(M*M, M*O)
2. (I*∅) = f(M*M, M*O, M*I)
3. (I*∅) = f(M*M, M*I)
4. (I*∅) = f(M*M, M*I, M*O)
5. (I*∅) = f(M*O, M*M)
6. (I*∅) = f(M*O, M*M, M*I)
7. (I*∅) = f(M*O, M*I)
8. (I*∅) = f(M*O, M*I, M*M)
9. (I*∅) = f(M*O, M*I, O*M)
10. (I*∅) = f(M*O, M*I, I*M)
11. (I*∅) = f(M*O, O*M)
12. (I*∅) = f(M*O, O*M, M*I)
13. (I*∅) = f(M*O, I*M)
14. (I*∅) = f(M*O, I*M, M*I)
15. (I*∅) = f(M*I, M*M)
16. (I*∅) = f(M*I, M*M, M*O)
17. (I*∅) = f(M*I, M*O)
18. (I*∅) = f(M*I, M*O, M*M)
19. (I*∅) = f(M*I, M*O, O*M)
20. (I*∅) = f(M*I, M*O, I*M)
21. (I*∅) = f(M*I, O*M)

22.(I∗∅) = f(M*I, O*M, M*O)
23.(I∗∅) = f(M*I, O*M, O*O)
24.(I∗∅) = f(M*I, O*O)
25.(I∗∅) = f(M*I, O*O, O*M)
26.(I∗∅) = f(M*I, O*O, I*M)
27.(I∗∅) = f(M*I, I*M)
28.(I∗∅) = f(M*I, I*M, M*O)
29.(I∗∅) = f(M*I, I*M, O*O)
30.(I∗∅) = f(M*I, I*M, I*O)
31.(I∗∅) = f(M*I, I*O)
32.(I∗∅) = f(M*I, I*O, I*M)
33.(I∗∅) = f(O*M, M*O)
34.(I∗∅) = f(O*M, M*O, M*I)
35.(I∗∅) = f(O*M, M*I)
36.(I∗∅) = f(O*M, M*I, M*O)
37.(I∗∅) = f(O*M, M*I, O*O)
38.(I∗∅) = f(O*M, O*O)
39.(I∗∅) = f(O*M, O*O, M*I)
40.(I∗∅) = f(O*M, O*O, O*I)
41.(I∗∅) = f(O*M, O*I)
42.(I∗∅) = f(O*M, O*I, O*O)
43.(I∗∅) = f(O*O, M*I)
44.(I∗∅) = f(O*O, M*I, O*M)
45.(I∗∅) = f(O*O, M*I, I*M)
46.(I∗∅) = f(O*O, O*M)
47.(I∗∅) = f(O*O, O*M, M*I)
48.(I∗∅) = f(O*O, O*M, O*I)
49.(I∗∅) = f(O*O, O*I)
50.(I∗∅) = f(O*O, O*I, O*M)
51.(I∗∅) = f(O*O, O*I, I*M)
52.(I∗∅) = f(O*O, I*M)
53.(I∗∅) = f(O*O, I*M, M*I)
54.(I∗∅) = f(O*O, I*M, O*I)
55.(I∗∅) = f(O*I, O*M)
56.(I∗∅) = f(O*I, O*M, O*O)
57.(I∗∅) = f(O*I, O*O)

58. (I∗∅) = f(O*I, O*O, O*M)
59. (I∗∅) = f(O*I, O*O, I*M)
60. (I∗∅) = f(O*I, I*M)
61. (I∗∅) = f(O*I, I*M, O*O)
62. (I∗∅) = f(O*I, I*M, I*O)
63. (I∗∅) = f(O*I, I*O)
64. (I∗∅) = f(O*I, I*O, I*M)
65. (I∗∅) = f(I*M, M*O)
66. (I∗∅) = f(I*M, M*O, M*I)
67. (I∗∅) = f(I*M, M*I)
68. (I∗∅) = f(I*M, M*I, M*O)
69. (I∗∅) = f(I*M, M*I, O*O)
70. (I∗∅) = f(I*M, M*I, I*O)
71. (I∗∅) = f(I*M, O*O)
72. (I∗∅) = f(I*M, O*O, M*I)
73. (I∗∅) = f(I*M, O*O, O*I)
74. (I∗∅) = f(I*M, O*I)
75. (I∗∅) = f(I*M, O*I, O*O)
76. (I∗∅) = f(I*M, O*I, I*O)
77. (I∗∅) = f(I*M, I*O)
78. (I∗∅) = f(I*M, I*O, M*I)
79. (I∗∅) = f(I*M, I*O, O*I)
80. (I∗∅) = f(I*M, I*O, I*I)
81. (I∗∅) = f(I*O, M*I)
82. (I∗∅) = f(I*O, M*I, I*M)
83. (I∗∅) = f(I*O, O*I)
84. (I∗∅) = f(I*O, O*I, I*M)
85. (I∗∅) = f(I*O, I*M, M*I)
86. (I∗∅) = f(I*O, I*M)
87. (I∗∅) = f(I*O, I*M, O*I)
88. (I∗∅) = f(I*O, I*M, I*I)
89. (I∗∅) = f(I*O, I*I, I*M)
90. (I∗∅) = f(I*I, I*M)
91. (I∗∅) = f(I*I, I*M, I*O)
92. (I∗∅) = f(I*I, I*O, I*M)

3.13. 154 Funktionen mit w = (I*M)

1. (I*M) = f(∅∗M, M*M)
2. (I*M) = f(∅∗M, M*M, O*M)
3. (I*M) = f(∅∗M, O*M)
4. (I*M) = f(∅∗M, O*M, M*M)
5. (I*M) = f(∅∗O, M*M)
6. (I*M) = f(∅∗O, M*M, O*M)
7. (I*M) = f(∅∗O, M*O)
8. (I*M) = f(∅∗O, M*O, O*M)
9. (I*M) = f(∅∗O, M*O, O*O)
10. (I*M) = f(∅∗O, O*M)
11. (I*M) = f(∅∗O, O*M, M*M)
12. (I*M) = f(∅∗O, O*M, M*O)
13. (I*M) = f(∅∗O, O*O)
14. (I*M) = f(∅∗O, O*O, M*O)
15. (I*M) = f(∅∗I, M*M)
16. (I*M) = f(∅∗I, M*M, O*M)
17. (I*M) = f(∅∗I, M*O)
18. (I*M) = f(∅∗I, M*O, O*M)
19. (I*M) = f(∅∗I, M*O, O*O)
20. (I*M) = f(∅∗I, M*I)
21. (I*M) = f(∅∗I, M*I, O*M)
22. (I*M) = f(∅∗I, M*I, O*O)
23. (I*M) = f(∅∗I, M*I, O*I)
24. (I*M) = f(∅∗I, O*M)
25. (I*M) = f(∅∗I, O*M, M*M)
26. (I*M) = f(∅∗I, O*M, M*O)
27. (I*M) = f(∅∗I, O*M, M*I)
28. (I*M) = f(∅∗I, O*O)
29. (I*M) = f(∅∗I, O*O, M*O)
30. (I*M) = f(∅∗I, O*O, M*I)
31. (I*M) = f(∅∗I, O*I)
32. (I*M) = f(∅∗I, O*I, M*I)
33. (I*M) = f(M*M, ∅∗M)
34. (I*M) = f(M*M, ∅∗M, O*M)

35.(I*M) = f(M*M, ∅*O)
36.(I*M) = f(M*M, ∅*O, O*M)
37.(I*M) = f(M*M, ∅*I)
38.(I*M) = f(M*M, ∅*I, O*M)
39.(I*M) = f(M*M, O*M)
40.(I*M) = f(M*M, O*M, ∅*M)
41.(I*M) = f(M*M, O*M, ∅*O)
42.(I*M) = f(M*M, O*M, ∅*I)
43.(I*M) = f(M*O, ∅*O)
44.(I*M) = f(M*O, ∅*O, O*M)
45.(I*M) = f(M*O, ∅*O, O*O)
46.(I*M) = f(M*O, ∅*I)
47.(I*M) = f(M*O, ∅*I, O*M)
48.(I*M) = f(M*O, ∅*I, O*O)
49.(I*M) = f(M*O, M*I)
50.(I*M) = f(M*O, M*I, I*∅)
51.(I*M) = f(M*O, O*M)
52.(I*M) = f(M*O, O*M, ∅*O)
53.(I*M) = f(M*O, O*M, ∅*I)
54.(I*M) = f(M*O, O*O)
55.(I*M) = f(M*O, O*O, ∅*O)
56.(I*M) = f(M*O, O*O, ∅*I)
57.(I*M) = f(M*O, I*∅)
58.(I*M) = f(M*O, I*∅, M*I)
59.(I*M) = f(M*I, ∅*I)
60.(I*M) = f(M*I, ∅*I, O*M)
61.(I*M) = f(M*I, ∅*I, O*O)
62.(I*M) = f(M*I, ∅*I, O*I)
63.(I*M) = f(M*I, M*O)
64.(I*M) = f(M*I, M*O, I*∅)
65.(I*M) = f(M*I, O*M)
66.(I*M) = f(M*I, O*M, ∅*I)
67.(I*M) = f(M*I, O*O)
68.(I*M) = f(M*I, O*O, ∅*I)
69.(I*M) = f(M*I, O*O, I*∅)
70.(I*M) = f(M*I, O*I)

71.(I*M) = f(M*I, O*I, ∅∗I)
72.(I*M) = f(M*I, I∗∅)
73.(I*M) = f(M*I, I∗∅, M*O)
74.(I*M) = f(M*I, I∗∅, O*O)
75.(I*M) = f(M*I, I∗∅, I*O)
76.(I*M) = f(M*I, I*O)
77.(I*M) = f(M*I, I*O, I∗∅)
78.(I*M) = f(O*M, ∅∗M)
79.(I*M) = f(O*M, ∅∗M, M*M)
80.(I*M) = f(O*M, ∅∗O)
81.(I*M) = f(O*M, ∅∗O, M*M)
82.(I*M) = f(O*M, ∅∗O, M*O)
83.(I*M) = f(O*M, ∅∗I)
84.(I*M) = f(O*M, ∅∗I, M*M)
85.(I*M) = f(O*M, ∅∗I, M*O)
86.(I*M) = f(O*M, ∅∗I, M*I)
87.(I*M) = f(O*M, M*M)
88.(I*M) = f(O*M, M*M, ∅∗M)
89.(I*M) = f(O*M, M*M, ∅∗O)
90.(I*M) = f(O*M, M*M, ∅∗I)
91.(I*M) = f(O*M, M*O)
92.(I*M) = f(O*M, M*O, ∅∗O)
93.(I*M) = f(O*M, M*O, ∅∗I)
94.(I*M) = f(O*M, M*I)
95.(I*M) = f(O*M, M*I, ∅∗I)
96.(I*M) = f(O*O, ∅∗O)
97.(I*M) = f(O*O, ∅∗O, M*O)
98.(I*M) = f(O*O, ∅∗I)
99.(I*M) = f(O*O, ∅∗I, M*O)
100. (I*M) = f(O*O, ∅∗I, M*I)
101. (I*M) = f(O*O, M*O)
102. (I*M) = f(O*O, M*O, ∅∗O)
103. (I*M) = f(O*O, M*O, ∅∗I)
104. (I*M) = f(O*O, M*I)
105. (I*M) = f(O*O, M*I, ∅∗I)
106. (I*M) = f(O*O, M*I, I∗∅)

107. (I*M) = f(O*O, O*I)
108. (I*M) = f(O*O, O*I, $I{*}\varnothing$)
109. (I*M) = f(O*O, $I{*}\varnothing$)
110. (I*M) = f(O*O, $I{*}\varnothing$, M*I)
111. (I*M) = f(O*O, $I{*}\varnothing$, O*I)
112. (I*M) = f(O*I, $\varnothing{*}I$)
113. (I*M) = f(O*I, $\varnothing{*}I$, M*I)
114. (I*M) = f(O*I, M*I)
115. (I*M) = f(O*I, M*I, $\varnothing{*}I$)
116. (I*M) = f(O*I, O*O)
117. (I*M) = f(O*I, O*O, $I{*}\varnothing$)
118. (I*M) = f(O*I, $I{*}\varnothing$)
119. (I*M) = f(O*I, $I{*}\varnothing$, O*O)
120. (I*M) = f(O*I, $I{*}\varnothing$, I*O)
121. (I*M) = f(O*I, I*O)
122. (I*M) = f(O*I, I*O, $I{*}\varnothing$)
123. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, M*O)
124. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, M*O, M*I)
125. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, M*I)
126. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, M*I, M*O)
127. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, M*I, O*O)
128. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, M*I, I*O)
129. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, O*O)
130. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, O*O, M*I)
131. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, O*O, O*I)
132. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, O*I)
133. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, O*I, O*O)
134. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, O*I, I*O)
135. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, I*O)
136. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, I*O, M*I)
137. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, I*O, O*I)
138. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, I*O, I*I)
139. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, I*I)
140. (I*M) = f($I{*}\varnothing$, I*I, I*O)
141. (I*M) = f(I*O, M*I)
142. (I*M) = f(I*O, M*I, $I{*}\varnothing$)

143. (I*M) = f(I*O, O*I)
144. (I*M) = f(I*O, O*I, I∗∅)
145. (I*M) = f(I*O, I∗∅)
146. (I*M) = f(I*O, I∗∅, M*I)
147. (I*M) = f(I*O, I∗∅, O*I)
148. (I*M) = f(I*O, I∗∅, I*I)
149. (I*M) = f(I*O, I*I)
150. (I*M) = f(I*O, I*I, I∗∅)
151. (I*M) = f(I*I, I∗∅)
152. (I*M) = f(I*I, I∗∅, I*O)
153. (I*M) = f(I*I, I*O)
154. (I*M) = f(I*I, I*O, I∗∅)

1.14. 74 Funktionen mit w = (I*O)

1. (I*O) = f(∅∗O, M*O)
2. (I*O) = f(∅∗O, M*O, O*O)
3. (I*O) = f(∅∗O, O*O)
4. (I*O) = f(∅∗O, O*O, M*O)
5. (I*O) = f(∅∗I, M*O)
6. (I*O) = f(∅∗I, M*O, O*O)
7. (I*O) = f(∅∗I, M*I)
8. (I*O) = f(∅∗I, M*I, O*O)
9. (I*O) = f(∅∗I, M*I, O*I)
10. (I*O) = f(∅∗I, O*O)
11. (I*O) = f(∅∗I, O*O, M*O)
12. (I*O) = f(∅∗I, O*O, M*I)
13. (I*O) = f(∅∗I, O*I)
14. (I*O) = f(∅∗I, O*I, M*I)
15. (I*O) = f(M*O, ∅∗O)
16. (I*O) = f(M*O, ∅∗O, O*O)
17. (I*O) = f(M*O, ∅∗I)
18. (I*O) = f(M*O, ∅∗I, O*O)
19. (I*O) = f(M*O, O*O)
20. (I*O) = f(M*O, O*O, ∅∗O)
21. (I*O) = f(M*O, O*O, ∅∗I)

22.(I*O) = f(M*I, ∅∗I)
23.(I*O) = f(M*I, ∅∗I, O*O)
24.(I*O) = f(M*I, ∅∗I, O*I)
25.(I*O) = f(M*I, O*O)
26.(I*O) = f(M*I, O*O, ∅∗I)
27.(I*O) = f(M*I, O*I)
28.(I*O) = f(M*I, O*I, ∅∗I)
29.(I*O) = f(M*I, I∗∅)
30.(I*O) = f(M*I, I∗∅, I*M)
31.(I*O) = f(M*I, I*M)
32.(I*O) = f(M*I, I*M, I∗∅)
33.(I*O) = f(O*O, ∅∗O)
34.(I*O) = f(O*O, ∅∗O, M*O)
35.(I*O) = f(O*O, ∅∗I)
36.(I*O) = f(O*O, ∅∗I, M*O)
37.(I*O) = f(O*O, ∅∗I, M*I)
38.(I*O) = f(O*O, M*O)
39.(I*O) = f(O*O, M*O, ∅∗O)
40.(I*O) = f(O*O, M*O, ∅∗I)
41.(I*O) = f(O*O, M*I)
42.(I*O) = f(O*O, M*I, ∅∗I)
43. (I∗O) = f(O∗I, ∅∗I)
44.(I*O) = f(O*I, ∅∗I, M*I)
45. (I∗O) = f(O∗I, M∗I)
46.(I*O) = f(O*I, M*I, ∅∗I)
47.(I*O) = f(O*I, I∗∅)
48.(I*O) = f(O*I, I∗∅, I*M)
49.(I*O) = f(O*I, I*M)
50.(I*O) = f(O*I, I*M, I∗∅)
51.(I*O) = f(I∗∅, M*I)
52.(I*O) = f(I∗∅, M*I, I*M)
53.(I*O) = f(I∗∅, O*I)
54.(I*O) = f(I∗∅, O*I, I*M)
55.(I*O) = f(I∗∅, I*M)
56.(I*O) = f(I∗∅, I*M, M*I)
57.(I*O) = f(I∗∅, I*M, O*I)

58. (I*O) = f(I*∅, I*M, I*I)
59. (I*O) = f(I*∅, I*I)
60. (I*O) = f(I*∅, I*I, I*M)
61. (I*O) = f(I*M, M*I)
62. (I*O) = f(I*M, M*I, I*∅)
63. (I*O) = f(I*M, O*I)
64. (I*O) = f(I*M, O*I, I*∅)
65. (I*O) = f(I*M, I*∅)
66. (I*O) = f(I*M, I*∅, M*I)
67. (I*O) = f(I*M, I*∅, O*I)
68. (I*O) = f(I*M, I*∅, I*I)
69. (I*O) = f(I*M, I*I)
70. (I*O) = f(I*M, I*I, I*∅)
71. (I*O) = f(I*I, I*∅)
72. (I*O) = f(I*I, I*∅, I*M)
73. (I*O) = f(I*I, I*M)
74. (I*O) = f(I*I, I*M, I*∅)

1.15. 24 Funktionen mit w = (I*I)

1. (I*I) = f(∅*I, M*I)
2. (I*I) = f(∅*I, M*I, O*I)
3. (I*I) = f(∅*I, O*I)
4. (I*I) = f(∅*I, O*I, M*I)
5. (I*I) = f(M*I, ∅*I)
6. (I*I) = f(M*I, ∅*I, O*I)
7. (I*I) = f(M*I, O*I)
8. (I*I) = f(M*I, O*I, ∅*I)
9. (I*I) = f(O*I, ∅*I)
10. (I*I) = f(O*I, ∅*I, M*I)
11. (I*I) = f(O*I, M*I)
12. (I*I) = f(O*I, M*I, ∅*I)
13. (I*I) = f(I*∅, I*M)
14. (I*I) = f(I*∅, I*M, I*O)
15. (I*I) = f(I*∅, I*O)
16. (I*I) = f(I*∅, I*O, I*M)

17. $(I*I) = f(I*M, I*\varnothing)$
18. $(I*I) = f(I*M, I*\varnothing, I*O)$
19. $(I*I) = f(I*M, I*O)$
20. $(I*I) = f(I*M, I*O, I*\varnothing)$
21. $(I*I) = f(I*O, I*\varnothing)$
22. $(I*I) = f(I*O, I*\varnothing, I*M)$
23. $(I*I) = f(I*O, I*M)$
24. $(I*I) = f(I*O, I*M, I*\varnothing)$

4.1. Wir haben somit

3.1. 12 Funktionen mit $w = (\varnothing*M)$
3.2. 41 Funktionen mit $w = (\varnothing*O)$
3.3. 92 Funktionen mit $w = (\varnothing*I)$

3.4. 12 Funktionen mit $w = (M*\varnothing)$
3.5. 64 Funktionen mit $w = (M*M)$
3.6. 115 Funktionen mit $w = (M*O)$
3.7. 152 Funktionen mit $w = (M*I)$

3.8. 41 Funktionen mit $w = (O*\varnothing)$
3.9. 116 Funktionen mit $w = (O*M)$
3.10. 114 Funktionen mit $w = (O*O)$
3.11. 74 Funktionen mit $w = (O*I)$

3.12. 92 Funktionen mit $w = (I*\varnothing)$
3.13. 154 Funktionen mit $w = (I*M)$
3.14. 74 Funktionen mit $w = (I*O)$
3.15. 24 Funktionen mit $w = (I*I)$

4.2. Damit gehört also jede triadische spurentheoretisch-semiotische Funktion zu einer tetradischen, oder, anders ausgedrückt: Partielle spurentheoretisch-semiotische Funktion treten nicht isoliert auf, sondern in einer Familie, die von einer tetradischen spurentheoretisch-semiotischen Funktion "angeführt" wird. Ob eine spurentheoretisch-semiotische Funktion zu einer solchen "Funktionen-Familie" von 2, 3 oder 4 Mitgliedern gehört, bestimmt offensichtlich ganz einfach ihre Struktur, die in den obigen Listen freilich optisch durch die auftretenden Permutationen der "regulären" tetradischen Dualsysteme der abstrakten Form (3.a 2.b 1.c ∅.d) × (d.∅ c.1 b.2 a.3) etwas verdeckt ist:

PZR = (3.a 2.b 1.c ∅.d) mit $a \leq b \leq c \leq d$, wobei a, b, c, d ∈ {.1, .2, .3}.

Man bedenke, dass wir im realitätstheoretischen Falle also haben

PZR° = (d.∅ c.1 b.2 a.3),

wobei also wie im zeichentheoretischen Falle (PZR) wegen des von Bense eingeführten Unterscheides zwischen kategorialen und relationalen Zahlen (Bense 1975, S. 65 f.) d ≠ 0 ist, was ja der Grund für die nicht-quadratische spurentheoretisch-semiotische Matrix ist, denn die genuine, iterierte nullheitliche Kategorie "0.0" würde gerade dem durch die nicht-genuinen trichotomischen Kategorien (∅∗M), (∅∗O), (∅∗I) ausgedrückte Aufhebung der polykontexturalen Grenze zwischen Zeichen und Objekt widersprechen, insofern hier das kategoriale Objekt als "reines", nicht "Zeichen-infiziertes" Objekt erschiene.

Mit anderen Worten: Ausgehend von

PZR = (3.a 2.b 1.c ∅.d) und PZR° = (d.∅ c.1 b.2 a.3)

finden wir in den Listen die folgenden 2 · 24 Permutationen:

(3.a 2.b 1.c ∅.d) × (d.∅ c.1 b.2 a.3)
(2.b 3.a 1.c ∅.d) × (d.∅ c.1 a.3 b.2)
(2.b 1.c 3.a ∅.d) × (d.∅ a.3 c.1 b.2)

(1.c 2.b 3.a ∅.d) × (d.∅ a.3 b.2 c.1)
(3.a 1.c 2.b ∅.d) × (d.∅ b.2 c.1 a.3)
(1.c 3.a 2.b ∅.d) × (d.∅ b.2 a.3 c.1)

(2.b 3.a ∅.d 1.c) × (c.1 d.∅ a.3 b.2)
(3.a 2.b ∅.d 1.c) × (c.1 d.∅ b.2 a.3)
(2.b 1.c ∅.d 3.a) × (a.3 d.∅ c.1 b.2)
(1.c 2.b ∅.d 3.a) × (a.3 d.∅ b.2 c.1)
(3.a 1.c ∅.d 2.b) × (b.2 d.∅ c.1 a.3)
(1.c 3.a ∅.d 2.b) × (b.2 d.∅ a.3 c.1)

(2.b ∅.d 3.a 1.c) × (c.1 a.3 d.∅ b.2)

(3.a ∅.d 2.b 1.c) × (c.1 b.2 d.∅ a.3)
(2.b ∅.d 1.c 3.a) × (a.3 c.1 d.∅ b.2)

(1.c ∅.d 2.b 3.a) × (a.3 b.2 d.∅ c.1)
(3.a ∅.d 1.c 2.b) × (b.2 c.1 d.∅ a.3)
(1.c ∅.d 3.a 2.b) × (b.2 a.3 d.∅c.1)

(∅.d 2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2 d.∅)
(∅.d 3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3 d.∅)
(∅.d 1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1 d.∅)
(∅.d 2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2 d.∅)
(∅.d 3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3 d.∅)
(∅.d 1.c 3.a 2.b) × (b.2 a.3 c.1 d.∅)

Wegen der trichotomischen Ordnung ($a \leq b \leq c \leq d$) bestimmen also bei den partiellen Funktionen die "anwesenden" Funktionsglieder die "fehlenden". Wir hatten diese "fehlenden" Funktionsglieder ja weiter oben als "übersprungene" Kategorien bezeichnet, weil sie im polykontexturalen Sinne in eindeutig-mehrmöglicher Weise durch die "anwesenden" Funktionsglieder bestimmt werden. Wenn wir etwa die Nr. 18 aus Liste 3.2. nehmen

(∅∗O) = f(O*M, I*M),

dann hat also die vollständige tetradische Zeichenrelation die beiden möglichen Formen

(∅∗O) = f(O*M, I*M 1.c)
(∅∗O) = f(1.c, O*M, I*M).

Wegen (I*M O*M) ergibt sich also c= 1 oder c = 2, d.h. 2 Möglichkeiten

(∅∗O) = f(O*M, I*M, M*M) / (M*M, O*M, I*M)
(∅∗O) = f(O*M, I*M, M*O) / (M*O, O*M, I*M),

und die vor dem Schrägstrich stehenden Funktionen sind tatsächlich die Nrn. 19 und 20 in Liste 3.2.

Die 3er-Familie der spurentheoretisch-semiotischen Funktionen

Nr. 18(∅∗O) = f(O*M, I*M)
Nr. 19(∅∗O) = f(O*M, I*M, M*M)
Nr. 20(∅∗O) = f(O*M, I*M, M*O)

besagt wegen der Äquivalenz der spurentheoretisch-semiotischen Funktionen aber auch, dass diese gegenseitig ersetzbar sind. Man könnte also auch sagen, die triadische spurentheoretisch-semiotische Funktion Nr. 18 impliziere eine doppelte Option ihrer Substitution. Da die tetradische Zeichenklasse der partiellen Funktion Nr. 18 nicht eindeutig rekonstruierbar ist, ergeben sich also bei einer Rekonstruktion die beiden Alternativen Nr. 19 und Nr. 20, d.h. zwei verschiedene tetradische Zeichenklassen, und, da das kategoriale Objekt (∅∗O) konstant ist, nach der Entfernung der Faserung auch zwei verschiedene triadische, d.h. monokontexturale Zeichenklassen.

4.3. Die 15 Listen mit ihren 1177 spurentheoretisch-semiotischen Funktionen besagen also vor allem, dass die 15 polykontexturalen monadischen Subzeichen der tetradischen semiotischen Matrix durch total 1177 dyadische (partielle) und triadische spurentheoretisch-semiotische Funktionen substituiert werden können, wobei jede "Familie" von Funktionen 2, 3 oder 4 Optionen hat. Der Anwendung dieser funktionalen Substitutionen wird eine eigene Arbeit gewidmet sein.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Nullzeichen und Nullobjekt. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Kategoriale Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Semiotische und physikalische Gesetze und deren Durchbrechung. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009d

Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009e

Kleine Arithmetik der Zeichen- und Objektspuren

1. Wir behandeln im folgenden Zeichen- und Objektspuren zusammen bzw. die Ergebnisse, die wir für Zeichenspuren erhalten, sind ebenfalls für Objektspuren gültig (vgl. jedoch Toth 2009a). Dabei gehen wir von der in Toth (2009b) eingeführten semiotischen Spurenmatrix aus

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_O & M_I & M_M \\ \varnothing_O & O_O & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Man sollte sich, bevor man die folgenden Theoreme studiert, welche ohne Beweise gegeben werden, weil sie selbstverständlich sind, nochmals vergegenwärtigen, dass ein Term wie M_O mathematisch dasselbe bedeutet wie

$M \rightarrow O$

und dass demzufolge die Konverse

$M_O° = M \leftarrow O$

gilt. Werden also zwei Subzeichen M_n und N_m addiert, so ist das Resultat

$M_n \cup N_m = \cup(M, N)_{n \cup m}$, falls $N > M$ und $m > n$,

sonst $= N_m$.

Das bedeutet also, dass bei der Spurenarithmetik zwischen Links- und Rechtsaddition unterschieden werden muss. Ferner müssen natürlich die Nullabbildungen speziell beachtet werden. Sind $N = M = \varnothing$, aber $n \neq m$, so gilt genau das oben zur Spurenarithmetik Gesagte,. Sind jedoch $n = m = \varnothing$, so bleibt die Summe natürlich 0 (d.h. $\cup(\varnothing, \varnothing) = \varnothing$), aber es gilt in diesem Fall $M \cup N = \max(M, N)$, wie bei normalen Verbänden (vgl. etwa Hermes 1967).

2.1. Addition von Nullzeichen

$\varnothing_M + \varnothing_M = \varnothing_M$

$\varnothing_O + \varnothing_O = \varnothing_O$

$\varnothing_I + \varnothing_I = \varnothing_I$

$\varnothing_M + \varnothing_0 = \varnothing_0$

$\varnothing_M + \varnothing_I = \varnothing_I$

$\varnothing_0 + \varnothing_I = \varnothing_I$

$\varnothing_0 + \varnothing_M = \varnothing_M$

$\varnothing_I + \varnothing_M = \varnothing_M$

$\varnothing_I + \varnothing_0 = \varnothing_0$

2.2. Addition von Nullzeichen und Spuren

2.2.1. Linksaddition von Nullzeichen

$\varnothing_M + M_M = M_M$

$\varnothing_M + M_0 = M_0$

$\varnothing_M + M_I = M_I$

$\varnothing_0 + M_M = M_0$

$\varnothing_0 + M_0 = M_0$

$\varnothing_0 + M_I = M_0$

$\varnothing_I + M_M = M_I$

$\varnothing_I + M_0 = M_I$

$\varnothing_I + M_I = M_I$

2.2.2. Rechtsaddition von Nullzeichen

$M_M + \varnothing_M = \varnothing_M$

$M_0 + \varnothing_M = \varnothing_M$

$M_I + \varnothing_M = \varnothing_M$

$M_M + \varnothing_0 = \varnothing_0$

$M_0 + \varnothing_0 = \varnothing_0$

$M_I + \varnothing_0 = \varnothing_0$

$M_M + \varnothing_I = \varnothing_I$

$M_0 + \varnothing_I = \varnothing_I$

$M_I + \varnothing_I = \varnothing_I$

2.3.3. Addition von Spuren

$M_M + M_M = M_M$

$M_M + M_0 = M_0$

$M_M + M_I = M_I$

$M_0 + O_M = O_0$

$M_0 + O_0 = O_0$

$M_0 + O_I = O_I$

$M_I + I_M = I_I$

$M_I + I_0 = I_I$

$M_I + I_I = I_I$

2.4. Additionen mit konversen Nullzeichen

2.4.1. Additionen von konversen Nullzeichen

$M_\varnothing + M_\varnothing = M_\varnothing$

$M_\varnothing + O_\varnothing = O_\varnothing$

$M_\varnothing + I_\varnothing = I_\varnothing$

$O_\varnothing + M_\varnothing = O_\varnothing$

$O_\varnothing + O_\varnothing = O_\varnothing$

$O_\varnothing + I_\varnothing = I_\varnothing$

$I_\varnothing + M_\varnothing = I_\varnothing$

$I_\varnothing + O_\varnothing = I_\varnothing$

$I_\varnothing + I_\varnothing = I_\varnothing$

2.4.2. Additionen von konversen Nullzeichen und Spuren

$M_\varnothing + O_\varnothing = O_\varnothing$

$M_\varnothing + I_\varnothing = I_\varnothing$

$O_\varnothing + I_\varnothing = I_\varnothing$

$O_\varnothing + M_\varnothing = O_\varnothing$

$I_\varnothing + M_\varnothing = I_\varnothing$

$I_\varnothing + O_\varnothing = I_\varnothing$, usw.

Literatur

Hermes, Hans, Einführung in die Verbandstheorie. Berlin 1967

Toth, Alfred, Zur Arithmetik semiotischer Objektrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Kategoriale Spuren und Objektsabbildungen

1. Stark vereinfacht, könnte man sagen, die Theorie der kategorialen Spuren, oder kurz: semiotische Spurentheorie genannt, kehre in einem gewissen Sinne die semiotische Kategorietheorie um. Während es bei letzterer darum geht, auf Objekte zu verzichten und stattdessen Pfeile zu verwenden, handelt es sich bei ersterer darum, auf Pfeile zu verzichten und stattdessen Objekte zu verwenden – genauer allerdings: Objekte, welche Abbildungsspuren in sich tragen. Daher war es in Toth (2009b) möglich, die bekannte kleine semiotische Matrix als sogenannte semiotische Spurenmatrix zu notieren:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_0 & M_I & M_M \\ \varnothing_0 & O_0 & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_0 & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Z.B. zeigt also das Spuren-Subzeichen M_0 an, da die Abbildung von $M \rightarrow O$ („von M nach O“) dem M **inhäriert**. Nur unter Annahme dieser Inhärenz ist es sodann möglich, die theoretisch ebenfalls existierenden weiteren Spuren-Subzeichen M_M und M_I als Aberrationen zu betrachten. Und hier wird wohl bisher am klarsten der tiefgreifende Unterschied zwischen den simplen morphismischen Abbildungen $M \rightarrow M$, $M \rightarrow O$, $M \rightarrow I$ und den Spuren M_M, M_o und M_I deutlich: Es gibt keinerlei Kriterien, wieso eine der drei Abbildungen vor einer anderen bevorzugt wäre bzw. eine richtig und zwei falsch seien. Dagegen gibt es wegen des Inhärenzgesetztes der Spurentheorie klare Gründe dafür, dass zwei der drei obigen Spuren aberrant sind. Es ist ebenfalls wichtig, darauf hinzuweisen, dass die Spurentheorie auch nicht die Theorie der generativen Semiosen Benses ersetzen kann, denn obwohl z.B. $(1.1) > (1.2)$ gilt, gilt auch $(1.1) > (1.3)$, wenn auch “mit Zwischenstufe”. Letzteres ist aber spurentheoretisch ausgeschlossen.

2. Nach dem Gesagten würde man erwarten, dass die Benutzung der in Toth (2009a) eingeführten Objektsabbildungen die enorme Komplexität der Spurentheorie bereits im Bereich der Abbildungen von Primzeichen in Subzeichendyaden massiv reduzierte. Das Gegenteil ist jedoch der Fall. Um dies

zu verstehen, muss man sich nochmals vergegenwärtigen, dass eine Spur wie z.B.

M_I

ja ein Objekt zusammen mit der Abbildungsspur

$M \rightarrow I$

darstellt. Geht man nun von Zeichenklassen aus, haben wir jeweils drei solcher Spuren bzw. Objekte mit Abbildungsspuren, wobei die letzteren sich ausschliesslich auf die trichotomischen Stellenwerte beziehen (vgl. Toth 2009c). Wird also ein Morphismus konvertiert, d.h. der "Pfeil umgekehrt", so ändert sich für die Spur die Relation des Trägers der Spur sowie der Spur, d.h.

$M_I \rightarrow I_M$,

oder einfach ausgedrückt: Triade wird mit Trichotomie ausgetauscht, und vice versa.

3. Wenn wir als Beispiel den folgenden Ausschnitt von Objektabbildungen aus Toth 2009a) nehmen

$[3\rightarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\rightarrow3] \times[3\rightarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\rightarrow3] = [3\leftarrow1\ 1\leftarrow2\ 1\leftarrow3]$

$[3\rightarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\leftarrow3] \times[3\rightarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\leftarrow3] = [3\leftarrow1\ 1\leftarrow2\ 1\rightarrow3]$

$[3\rightarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\rightarrow3] \times[3\rightarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\rightarrow3] = [3\leftarrow1\ 1\rightarrow2\ 1\leftarrow3]$

$[3\leftarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\rightarrow3] \times[3\leftarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\rightarrow3] = [3\rightarrow1\ 1\leftarrow2\ 1\leftarrow3]$

$[3\rightarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\leftarrow3] \times[3\rightarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\leftarrow3] = [3\leftarrow1\ 1\rightarrow2\ 1\rightarrow3]$

$[3\leftarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\rightarrow3] \times[3\leftarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\rightarrow3] = [3\rightarrow1\ 1\rightarrow2\ 1\leftarrow3]$

$[3\leftarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\leftarrow3] \times[3\leftarrow1\ 2\rightarrow1\ 1\leftarrow3] = [3\rightarrow1\ 1\leftarrow2\ 1\rightarrow3]$

$[3\leftarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\leftarrow3] \times[3\leftarrow1\ 2\leftarrow1\ 1\leftarrow3] = [3\rightarrow1\ 1\rightarrow2\ 1\rightarrow3]$,

dann können wir diesen Ausschnitt wie folgt ein eineindeutiger Weise auf das entsprechende Spurensystem abbilden:

$[3_1\ 2_1\ 1_3] \quad \times \quad [3_1\ 2_1\ 1_3] \quad = \quad [1_3\ 2_1\ 3_1]$

$[3_1\ 2_1\ 3_1] \quad \times \quad [3_1\ 2_1\ 3_1] \quad = \quad [1_3\ 2_1\ 1_3]$

$[3_1\ 1_2\ 1_3] \quad \times \quad [3_1\ 1_2\ 1_3] \quad = \quad [1_3\ 1_2\ 3_1]$

$[1_3\ 2_1\ 1_3] \quad \times \quad [1_3\ 2_1\ 1_3] \quad = \quad [3_1\ 2_1\ 3_1]$

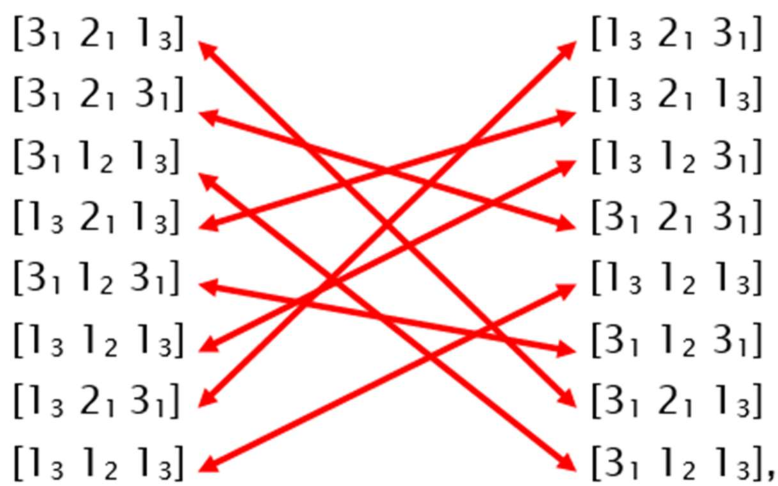
$[3_1\ 1_2\ 3_1] \quad \times \quad [3_1\ 1_2\ 3_1] \quad = \quad [1_3\ 1_2\ 1_3]$

$[1_3\ 1_2\ 1_3] \quad \times \quad [1_3\ 1_2\ 1_3] \quad = \quad [3_1\ 1_2\ 3_1]$

$[1_3\ 2_1\ 3_1] \quad \times \quad [1_3\ 2_1\ 3_1] \quad = \quad [3_1\ 2_1\ 1_3]$

$[1_3\ 1_2\ 1_3] \quad \times \quad [1_3\ 1_2\ 1_3] \quad = \quad [3_1\ 1_2\ 1_3]$

Wie man sieht, ist also die Abbildung von Spuren auf Objektsabbildungen tatsächlich eineindeutig. Wenn wir nun noch das Verhältnis der Zeichenklassen-Spuren und der Realitätsthematik-Spuren anschauen:



dann sind die Funktionen natürlich wieder bijektiv, aber es entsteht alles andere als ein symmetrischer Verband, sondern ein im Grunde konfuses Resultat, das weder aus der Theorie der generativen Abbildungen, noch aus der semiotischen Kategorietheorie hervorgeht und das natürlich, sozusagen e negativo, die semiotische Spurentheorie als "umgekehrte" Kategorientheorie ex post rechtfertigt.

Literatur

Toth, Alfred, Objektsabbildungen In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Spurenklassen

1. Wie schon zuvor, benutzen wir als Ausgangsbasis der semiotischen Spurentheorie die in Toth (2009) eingeführte spurentheoretische Matrix

$$\begin{pmatrix} \varnothing_M & M_0 & M_I & M_M \\ \varnothing_0 & O_0 & O_I & O_M \\ \varnothing_I & I_0 & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Wie in der semiotischen Kategorientheorie, werden bei Zeichenklassen und Realitätsthematiken einerseits die triadischen Hauptwerte, anderseits die trichotomischen Stellenwerte aufeinander abgebildet. Wenn wir also von dem allgemeinen Schema einer Zeichenklasse

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

ausgehen, so haben wir

$\mathcal{F}(\mathrm{Td}) = (3.) \rightarrow (2.) \rightarrow (1.)$

$\mathcal{F}(\mathrm{Tt}) = (.a) \rightarrow (.b) \rightarrow (.c)$.

Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich dann natürlich definieren als

$\mathrm{Zkl} = \mathcal{F}(\mathrm{Tt}) \circ \mathcal{F}(\mathrm{Td})$

$\mathrm{Rth} = (\mathcal{F}(\mathrm{Tt}) \circ \mathcal{F}(\mathrm{Td}))^\circ = \mathcal{F}(\mathrm{Td}) \circ \mathcal{F}(\mathrm{Tt})$.

Während aber in der Kategorietheorie die beiden Abbildungstypen, d.h. $\mathcal{F}(\mathrm{Td})$ und $\mathcal{F}(\mathrm{Tt})$, über ein und derselben morphismischen Matrix definiert sind (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.), sind die beiden Abbildungen in der „umgekehrten" Kategoriethorie der semiotischen Spurentheorie verschieden. Im Gegensatz zu den morphismischen Abbildungen der Triaden, d.h. $\mathcal{F}_{\mathrm{cat}}(\mathrm{Td})$, ist in der „umgekehrten" Kategorietheorie $\mathcal{F}_{\mathrm{spu}}(\mathrm{Td}) = \mathrm{const.}$

2. Die letzteren Feststellungen sollen nun anhand der 10 Peirceschen Zeichenklassen im Detail aufgezeigt werden. Zuerst wird jeder Zeichenklasse direkt in eine Spurenklasse „übersetzt". Anschliessend werden aber die Spurenklassen getrennt für Triaden (durch $\mathcal{F}_{\mathrm{spu}}(\mathrm{Td})$) und für Trichotomien

(durch $\mathcal{F}_{spu}$(Tt)) bestimmt. Das Ergebnis sind nicht weniger als 3 verschiedene Spurenklassen vor Zeichenklasse.

1. (3.1 2.1 1.1) → (I_M O_M M_M)

   Triade: (O M I)

   Trichotomie: (M M M)

2. (3.1 2.1 1.2) → (I_M O_M M_O)

   Triade: (O M I)

   Trichotomie: (M O M)

3. (3.1 2.1 1.3) → (I_M O_M M_I)

   Triade: (O M I)

   Trichotomie: (M I M)

4. (3.1 2.2 1.2) → (I_M O_O M_O)

   Triade: (O M I)

   Trichotomie: (O O M)

5. (3.1 2.2 1.3) → (I_M O_O M_I)

   Triade: (O M I)

   Trichotomie: (O I M)

6. (3.1 2.3 1.3) → (I_M O_I M_I)

   Triade: (O M I)

Trichotomie: (I I M)

7. (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (I_0 O_0 M_0)

Triade: (O M I)

Trichotomie: (O O O)

8. (3.2 2.2 1.3) $\equiv$ (I_0 O_0 M_I)

Triade: (O M I)

Trichotomie: (O I O)

9. (3.2 2.3 1.3) $\equiv$ (I_0 O_I M_I)

Triade: (O M I)

Trichotomie: (I I O)

10. (3.3 2.3 1.3) $\equiv$ (I_I O_I M_I)

Triade: (O M I)

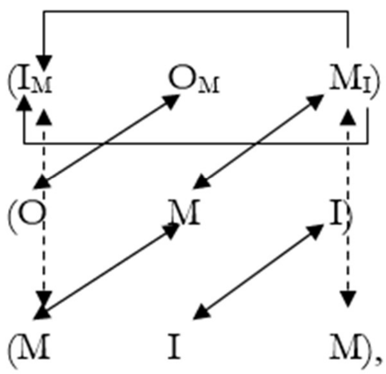
Trichotomie: (I I I)

Es gilt also z.B.

$\mathcal{F}_{cat}$ (Td) (3.1 2.1 1.1) = (I_M O_M M_I)

$\mathcal{F}_{spu}$ (Td) (3.1 2.1 1.3) = (O M I)

$\mathcal{F}_{spu}$(Tt) (3.1 2.1 1.1) = (M I M), usw., d.h. der relationale Zusammenhang zwischen $\mathcal{F}_{cat}$ und $\mathcal{F}_{spu}$ bzw. zwischen Kategorien- und Spurentheorie ist:



oder intuitiv ausgedrückt: in einer dreistelligen Relation mit den Gliedern x, y, z sind die Spuren immer (y, z, x), d.h. bei Dyaden (a.b c.d e.f) sind die beiden Spuren (c e a) und (d f b). Dagegen wären die kategorietheoretischen Morphismen zwischen den Triaden (Hauptwerten) als [a.c] und [c.e], evtl., wenn zyklische Gruppe vorliegt, noch als [e.a], und zwischen den Trichotomien (Stellenwerten) als [b.d], [d.f], evtl. (zyklisch) als [f.b] definiert. Man kann also ohne weitere neben der Kategorietheorie eine nicht-tirivial „Spurentheorie" (die dann vielleicht einen besseren Namen haben sollte) konstruieren, die ausserhalb des semiotischen Kontextes eine eigene mathematische Disziplin sein kann. Die Mathematik könnte in diesem Fall nicht nur auf Zahlen- und Mengen- sowie Kategorietheorie begründet werden, sondern zusätzlich auf der „Spurentheorie".

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien

1. In einem gewissen Sinne könnte man sagen, die Kategorietheorie elimniere die Objektvorstellung der Mengentheorie und ersetze sie durch die Abbildungen zwischen ihnen. Man stelle sich vor: Zwei Liebende, A und B, es besteht also eine Relation zwischen ihnen. Wie wäre es, wenn man diese Relation einfach zwischen den beiden herausheben und von ihnen (weitgehend) unabhängig machen könnte? Seriöser steht es bei MacLane: „Da eine Kategorie aus Pfeilen besteht, liesse sich unser Thema auch als Behandlung des Problemes auffassen, wie man ohne Elemente auskommen und statt ihrer Pfeile benutzen kann“ (1972, S. iii).

2. Da die semiotische Kategorietheorie auf der Basis der Peirceschen Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

und also ohne Nullzeichen eingeführt wurde, gibt es in der entsprechenden kategorialen semiotischen Matrix weder indizierte noch nicht-indizierte Leerkategorien (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.):

$$\begin{pmatrix} — & \alpha & \beta\alpha & id_1 \\ — & id_2 & \beta & \alpha° \\ — & \beta° & id_3 & \alpha°\beta° \end{pmatrix}$$

3. Demgegenüber basiert die semiotische Spurentheorie (vgl. Toth 2009a und zahlreiche Nachfolgearbeiten) auf der durch das Nullzeichen erweiterten Peirceschen Zeichenrelation

ZR* = (∅, M, O, I),

es gibt in der entsprechenden Spurenmatrix Abbildungen von und nach indizierten Nullzeichen:

$$\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} \varnothing_M \\ \varnothing_O \\ \varnothing_I \end{matrix}} & \begin{matrix} M_O & M_I & M_M \\ O_O & O_I & O_M \\ I_O & I_I & I_M \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} M_\varnothing & O_\varnothing & I_\varnothing \end{matrix}} \\ \begin{matrix} M_O & O_O & I_O \\ M_I & O_I & I_I \\ M_M & O_M & I_M \end{matrix} \end{pmatrix}^T$$

Mit T ist wie übliche die Transponierte der 4 × 3-Matrix bezeichnet. Es gelten also die folgenden Dualisationsbeziehungen

$\times(\varnothing_M) = M_\varnothing$

$\times(\varnothing_0) = 0_\varnothing$

$\times(\varnothing_I) = I_\varnothing$

4. Kategorien werden aus Objekten und den Abbildungen zwischen ihnen wie folgt definiert (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.):

$$\begin{array}{lcl||lcl||lcl} 1 \to 2 & \equiv & \alpha & 3 \to 2 & \equiv & \beta^\circ & 1 \to 1 & \equiv & \mathrm{id1} \\ 2 \to 1 & \equiv & \alpha^\circ & 1 \to 3 & \equiv & \beta\alpha & 2 \to 2 & \equiv & \mathrm{id2} \\ 2 \to 3 & \equiv & \beta & 3 \to 1 & \equiv & \alpha^\circ\beta^\circ & 3 \to 3 & \equiv & \mathrm{id3} \end{array}$$

Dabei werden also nur 2 Basisabbildungen, α und β, benötigt, die restlichen sind Kompositen, Konversen und die üblichen Identitäten.

5. Spuren können aus Kategorien auf zweierlei Weise gewonnen werden. Erstens durch die in Toth (2009a) eingeführte Spurenschreibweise X_Y, worin X die Domäne eines Morphismus und Y die Spur der Codomäne des Morphismus angibt. Auf diese Weise ist es möglich, zwischen richtigen (z.B. M_0) und falschen Spuren (z.B. M_M, M_I) zu unterscheiden. Zweitens kann man das bereits in Toth (2008) eingeführte Substanz-Eliminierungsverfahren verwenden, eine Notation, die neben den drei Pfeilen →, ←, ↓ nur die drei semiotischen Kategoriensymbole 1, 2, 3 verwendet. Die nachstehende Tabelle gibt beide Verfahren:

Kategorien → Spuren:

—		$\varnothing_M$	≡	$\boldsymbol{\varnothing\rightarrow}$	‖	—		$\varnothing_O$	≡	$\boldsymbol{\rightarrow\varnothing\leftarrow}$
id1	≡	M_M	≡	$1\downarrow$	‖	$\alpha°$	≡	O_M	≡	$2\rightarrow$
α	≡	M_O	≡	$\leftarrow 1\rightarrow$	‖	id2	≡	O_O	≡	$2\downarrow$
$\beta\alpha$	≡	M_I	≡	$\leftarrow 1$	‖	β	≡	O_I	≡	$\leftarrow 2$

—		$\varnothing_I$	≡	$\boldsymbol{\varnothing\leftarrow}$
$\alpha°\beta°$	≡	I_M	≡	$3\rightarrow$
$\beta°$	≡	I_O	≡	$\leftarrow 3\rightarrow$
id3	≡	I_I	≡	$3\downarrow$

Durch Fettdruck werden die hier neu dazukommenden Null-Abbildungen gekennzeichnet.

6. Im ersten Fall werden also aus den semiotischen Objekten reine Abbildungen gewonnen, das ist der Bereich der semiotischen Kategorietheorie. Im zweiten Fall hingegen werden aus den semiotischen Kategorien auf zwei verschiedenen Wegen Spuren gewonnen; Spuren sind, grob gesagt, **gerichtete Objekte**. Dieser Begriff stammt ursprünglich aus der Architekturtheorie (vgl. Toth 2009b) und wird hiermit neu in die Mathematik eingeführt. Somit gilt, dass die mathematischen Begriffe Kategorie und gerichtetes Objekt in gewissem Sinne kontradiktorisch, in gewissem Sinne aber komplementär sind. Weitere Studien werden folgen.

Literatur

MacLane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Die Auslöschung der semiotischen Substanz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Kategoriale Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Ist der ontische Raum mit Hilfe der Semiotik erreichbar?

1. Bei Bense liest man: „Denkt man sich übrigens diese relationalen Gebilde, die wir Zeichen nennen, in ihrer möglichen Gesamtheit wieder als semiotischen Raum konzipiert, so können wir je nach der Relationszahl des diesen semiotischen Raum bestimmenden Zeichens nicht nur von einem relationalen Zeichenraum, sondern von einer relationalen semiotischen Struktur sprechen. Der Raum mit der 0-relationalen oder 0-stelligen semiotischen Struktur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwase $O°$, über denen der $r > 0$-relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird“ (Bense 1975, S. 65).

2. Aus Gründen, die in diesem Aufsatz klar werden, hatte ich die von Bense hier zusätzlich zu den drei Peirceschen Kategorien Erst-, Zweit- und Drittheit eingeführte Kategorie der Nullheit bzw. den Raum, in welchem die dergestalt zu einer tetradischen erweiterten Peirceschen Zeichenrelation

$ZR+ = (M, O, I, \varnothing)$

fungiert, als präsemiotisch bezeichnet und also vom reinen „ontischen Raum aller verfügbaren Etwase“ unterscheiden (vgl. Toth 2008).

2. Nun hatten wir in Toth (2009a) das Nullzeichen eingeführt, und zwar nicht wie Bense durch eine weitere Tieferlegung der Peirceschen Fundamente, sondern allein legitimiert durch die Tatsache, dass man wie aus allen Mengen, so auch aus der Menge der Primzeichen

$ZR = (M, O, I)$

die Potenzmenge bilden kann und damit erhält

$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{O, I\}, \{M, I\}, \{M, O, I\}, \varnothing\}$.

Im Unterschied zu ZR sind also in $\mathbb{P}ZR$ die Fundamentalkategorien, die semiotischen Funktion und die triadische Zeichenrelation selbst als Mengen eingeführt, hinzukommt als neues Element das leere Zeichen oder Nullzeichen, ohne das keine mathematische Semiotik möglich ist und, da wie gezeigt, sich zwangslos und ohne rationale Einschränkungen aus dem simplen Mengenbegriff ergibt. Wenn ZR eine Ordnungsrelation darstellt, muss ZR eine Menge sein, d.h. ist sie nicht als Menge einführbar, gibt es keine Ordnungsrelation. Damit würde die ganze Peircesche Semiotik auf einen Schlag zusammenbrechen.

Mit Hilfe des ∅-Zeichens erweitert sich daher auch die semiotische Matrix. Wir bekommen

$$\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} \emptyset_M \\ \emptyset_O \\ \emptyset_I \end{matrix}} & \begin{matrix} M_O & M_I & M_M \\ O_O & O_I & O_M \\ I_O & I_I & I_M \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} M_\emptyset & O_\emptyset & I_\emptyset \end{matrix}} \\ \begin{matrix} M_O & O_O & I_O \\ M_I & O_I & I_I \\ M_M & O_M & I_M \end{matrix} \end{pmatrix}^T$$

d.h. es gibt also nicht nur ein Nullzeichen, sondern drei ∅-Zeichen mit Spuren für die drei Triaden oder semiotischen Hauptbezüge. In der transponierten Matrix erscheinen die drei Nullzeichen jedoch als Abbildungen dieser Hauptbezüge auf die Spuren des nicht-indizierten, also selbst spurenfreien Nullzeichens, da man offenbar nicht Spuren auf Spuren abbilden kann.

3. In Toth (2009b) war nun gezeigt worden, dass man allein mit Hilfe der drei Pfeile ↓, →, ← sowie der drei semiotischen Kategoriensymbole eine substanzfreie Matrix erhält und dass semiotische Morphismen und Spuren bijektiv auf dieses System abgebildet werden kann:

Kategorien → Spuren:

—		$\emptyset_M$	≡	∅→	‖	—		$\emptyset_O$	≡	→∅←
id1	≡	M_M	≡	1↓	‖	α°	≡	O_M	≡	2→
α	≡	M_O	≡	←1→	‖	id2	≡	O_O	≡	2↓
βα	≡	M_I	≡	←1	‖	β	≡	O_I	≡	←2

—		$\varnothing_I$	$\equiv$	$\boldsymbol{\varnothing\leftarrow}$
$\alpha°\beta°$	$\equiv$	I_M	$\equiv$	$3\rightarrow$
$\beta°$	$\equiv$	I_O	$\equiv$	$\leftarrow 3\rightarrow$
id3	$\equiv$	I_I	$\equiv$	$3\downarrow$

Wir haben somit

$\varnothing_M$	$\equiv$	$\varnothing\rightarrow$	$M_\varnothing$	$\equiv$	$\leftarrow\varnothing$
$\varnothing_O$	$\equiv$	$\rightarrow\varnothing\leftarrow$	$O_\varnothing$	$\equiv$	$\leftarrow\varnothing\rightarrow$
$\varnothing_I$	$\equiv$	$\varnothing\leftarrow$	$I_\varnothing$	$\equiv$	$\rightarrow\varnothing$

Bei den Nullzeichen haben wir also Abbildungen von Null weg ("Zentrifugale"), zu Null hin ("Zentripetale") sowie Strukturen, die man als zentrifugale bzw. zentripetale "Sandwiches" bezeichnen könnte und die aus der Strukturtheorie tetradischer und höherer Semiotik wohlbekannt sind (vgl. Toth 2006, S. 216 ff.). Intepretieren kann man diese Sachverhalte so:

$\varnothing_M \equiv \varnothing\rightarrow$: Bewegung vom Nichts weg

$\varnothing_I \equiv \varnothing\leftarrow$: Bewegung (von vorn) zum Nichts hin

$M_\varnothing \equiv \leftarrow\varnothing$: Bewegung hinter das Nichts

$I_\varnothing \equiv \rightarrow\varnothing$: Bewegung (von hinten) zum Nichts

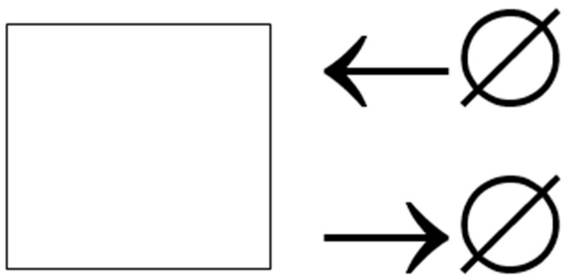
$\varnothing_0 \equiv \rightarrow\varnothing\leftarrow$: Bewegung (von vorn und von hinten) zum Nichts

$O_\varnothing \equiv \leftarrow\varnothing\rightarrow$: Bewegung (von beiden Seiten) vo Nichts weg

4. Wegen der in der obigen Darstellung fett ausgezeichneten Abbildungen, v.a.

$M_\varnothing \equiv \leftarrow\varnothing$: Bewegung hinter das Nichts

$I_\varnothing \equiv \rightarrow\varnothing$: Bewegung (von hinten) zum Nichts folgt also, dass es noch einen weiteren Raum hinter dem präsemiotischen Raum der $\varnothing$-Struktur geben muss. Da wir den Benseschen „ontischen" Raum als „präsemiotisch" bezeichnet hatten und da eine vollständige Semiotik vom Objekt zum Zeichen, d.h. vom ontischen (über den präsemiotischen) bis zum semiotischen Raum führt, scheint es mir richtig, für die Struktur



den Begriff „ontisch" zu verwenden: Er enthält alle Objekte, bevor sie durch Präselektion auf „disponible Kategorien" abgebildet werden (vgl. Bense 1975, S. 44, 45 f.). Wir können die Menge dieser Objekte in der obigen Box, die keine black box ist, wie folgt unterteilen:

$\{\Omega\}$ = Menge aller qualitativen Objekte

$\{\mho\}$ = Menge aller quantitativen Objekte

$\{\mathcal{R}\}$ = Menge aller relationalen Objekte

Die „white box" enthält also die Objekte dieser Welt, d.h. des ontischen Raums, wie wir sie wahrnehmen. Durch Wahrnehmung werden sich aber bereits „gefiltert", bevor im präsemiotischen Raum eine weitere „Filterung durch subjektive Variable" stattfindet (Joedicke 1985, S. 10), d.h. der ontische Raum trägt seinen Namen zurecht, er ist also kein Raum „apriorischer" Objekte, die keinerlei Präzeichen-Spuren tragen, da von unserer Erfahrung und damit auch Wahrnehmung völlig unabhängig. Daraus folgt natürlich im Prinzip, dass sich hinter der white box noch der Raum der apriorischen Objekte befindet, der also den Zustand dieser Welt vor und unabhängig von unseren Sinnen wiedergibt. Da es sich hier aber um eine black box handelt, lassen wir sie auf sich beruhen. Immerhin haben wir gezeigt, dass der ontische Raum tatsächlich mit Hilfe der Semiotik, und das heisst: innersemiotisch, erreichbar ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Grundlegung der mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. ebda 2008

Toth, Alfred, Semiotics und Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Kategorielle Perkolation

1. "Die Einführung des Zeichens als ein allgemeines **Invariantenschema** greift sehr viel weiter über die Basistheorie hinaus. Voraussetzung ist die Überlegung, dass ein Objekt, das in eine Semiose eingeführt und bezeichnet oder bedeutet wird, durch einen solchen präsentierenden, repräsentierenden und interpretierenden Prozess nicht verändert wird; d.h. ein Zeichen fixiert Unveränderlichkeiten, Invarianzen dessen, worauf es sich bezieht" (Bense 1975, S. 40).

1.1. "Kennzeichnen wir die Semiose der selektiven Setzung eines beliebigen Etwas (O°) als Mittel einer dreistelligen Zeichenrelation, dann ist dabei zu beachten, dass dieser thetische Zeichenprozess drei Modifikationen von M, das Qualizeichen, das Sinzeichen oder das Legizeichen, hervorbringen kann" (Bense 1975, S. 41).

1.1.1. "Die thetische Semiose (O° → Qualizeichen hält die materiale Konsistenz bzw. den materialen **Zusammenhang** des eingeführten beliebigen Etwas im Qualizeichen fest;

1.1.2. Die thetische Semiose (O° → Sinzeichen, die also das Mittel als differenzierendes bzw. identifizierendes intentiert, muss von (O° in M die Merkmale unveränderlich festhalten, die es selbst differenzieren bzw. **identifizieren**;

1.1.3. Was schliesslich die thetische Semiose (O° → Legizeichen anbetrifft, die das Mittel als gesetzmässig, konventionell verwendbares einführt, so muss dieses die abgrenzbare, eindeutige Bestimmtheit der materialen **Existenz** des beliebig selektierten Etwas O° und nur dieses als invariantes Merkmal übernehmen, um Legizeichen zu sein. Wir können also die trichotomischen Korrelate des Mittels M eines Zeichens jeweils durch eine determinierende Invariante (relativ und material fundierenden Etwas O0) kennzeichnen:

(O°) → Qual: Invarianz des materialen **Zusammenhangs**;
(O°) → Sin: Invarianz der materialen **Identifizierbarkeit**;
(O°) → Leg: Invarianz der materialen **Existenz**" (Bense 1975, S. 41).

1.2. “Entsprechend kann nun auch die nächste Semiose, in die ein als Mittel eingeführtes Zeichen eintritt, die Semiose des Bezugs des Mittels auf ein bestimmtes Objekt im Sinne des Schemas M $\rightarrow$ O, auf trichotomisch ausdifferenzierbare Invarianzen des Mittels im bezeichneten Objekt zurückgeführt werden. Dabei stösst man wieder auf eine Invarianz des **Zusammenhangs** der Übereinstimmungsmerkmale zwischen Mittel und Objekt, wenn das Objekt iconisch; auf eine Invarinaz der Möglichkeit der **Identifizierbarkeit** des Objektes durch das Mittel im Sinne nexaler Festlegung, wenn es indexikalisch und auf eine Invarianz der blossen thetischen **Existenz** des Mittels im Objekt, wenn dieses symbolisch bezeichnet wird.

1.3. In der letzten hier im Rahmen der triadischen Zeichenrelation in Betracht zu ziehenden Semiose des Bezugs eines bezeichneten Objektes auf seinen Interpretanten im Sinne des Schemas (O $\rightarrow$ I) handelt es sich um Invarianzen des bezeichneten Objektes in semiotischen Konnexen bzw. Kontexten, die offen, abgeschlossen oder vollständig sein können, kurz, um die Invarianz der ‘Bezeichnung’ in der ‘Bedeutung’, da sich gemäss der Basistheorie eine ‘Bedeutung’ stets auf eine ‘Bezeichnung’ bezieht. Halten wir also die trichotomische Variation des Interpretanten fest, ist leicht einzusehen, dass der rhematische Interpretant des bezeichneten Objektes als offener Konnex (ohne Wahrheitswert) nur auf die Invarianz der phänomenalen Konsistenz bzw. auf die Invarianz des intentionalen **Zusammenhangs** dieses Objektes bezogen werden kann. Der dicentische Interpretant des bezeichneten Objektes hingegen, der als abgeschlossener Konnex oder Kontext der Behauptung und damit eines Wahrheitswertes fähig ist, gehört zum semiotischen Schema einer **Identifikation**, deren Invarianz darin besteht, dass sie das Objekt durch einen Sachverhalt festlegt, der das bezeichnete Objekt in einem abgeschlossenen Kontext beurteilbar macht. Der argumentische Interpretant des bezeichneten Objektes hingegen, der sich auf eine vollständige Menge dicentischer Konnexe des bezeichneten Objekts stützt, reduziert letztere auf reine **Existenz**-Behauptungen und hält diese als durchgängige Invarianzen fest” (Bense 1975, S. 42 f.).

1.4. Die Semiotik ist also nach Bense, den wir hier bewusst vollständig zitiert haben, durch die drei Invarianzen des Mittelbezugs (M), der Bezeichnungs- ($M \rightarrow O$) und der Bedeutungsfunktion ($O \rightarrow I$) gekennzeichnet, womit natürlich auch das semiotische Objekt und der semiotische Interpretant invariant sind. Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezug zeigen in ihren Trichotomien **Invarianz der Konsistenz** (Erstheit), **Invarianz der Identifikation** (Zweitheit) und **Invarianz der Existenz** (Drittheit).

2. Mittels dieses semiotischen Invarianzschemas werden präsentierte Objekte auf "disponible" Mittel abgebildet. Bense (1975, S. 45 f.) gibt folgende Beispiele für diesen Übergang. Die hochgestellte "°" zeigt an, dass die Objekte und Mittel die Relationszahl ° haben, da sie in diesem Übergangszustand noch nicht in eine triadische Relation eingebunden sind (Bense 1975, S. 65):

$O° \rightarrow M°$:	**drei disponible Mittel**
$O° \rightarrow M°_1$:	qualitatives Substrat: Hitze
$O° \rightarrow M°_2$:	singuläres Substrat: Rauchfahne
$O° \rightarrow M°_3$:	nominelles Substrat: Name

3.1. In einer zweiten Übergangsstufe werden die disponiblen Mittel auf relationale Mittel abgebildet. Hierzu wird also das semiotische Invarianzschema "vererbt":

$M° \rightarrow M$:	**drei relationale Mittel**
$M°_1 \rightarrow (1.1)$:	Hitze
$M°_2 \rightarrow (1.2)$:	Rauchfahne
$M°_3 \rightarrow (1.3)$:	"Feuer"

3.2. Mit den drei trichotomischen Subzeichen der Erstheit sind wir natürlich bereits innerhalb der Semiotik. Wie lassen sich aber die drei disponiblen Mittel $M°_i$ selbst charakterisieren? Matthias Götz hatte hierfür die Annahme einer präsemiotischen Ebene der "Nullheit" und ihre Unterteilung in

0.1 = Sekanz
0.2 = Semanz
0.3 = Selektanz

vorgeschlagen (1982, S. 28): "Sekanz als einer diaphragmatischen Bedingung, die allererst als solche bezeichnet werden muss, um semiotische Vermittlung zu ermöglichen – Ungeschiedenes ist nicht repräsentabel -, der Semanz als der Bedingung, Form als Form beschreibbar sein zu lassen, und endlich der Selektanz als Bedingung nachträglicher Nutzung, wenn diese als selektiver Vorgang aufgefasst ist, oder allgemeiner: als Umgang mit dem Objekt" (1982, S. 4).

3.3. Wenn wir die bisherigen Erkenntnisse zusammenfassen, erhalten wir also das folgende Schema:

$$\underbrace{\text{präsentierte Objekte}}_{\text{Objektwelt}} \rightarrow \underbrace{\text{disponible Mittel}}_{\text{Präsemiotik}} \rightarrow \underbrace{\text{relationale Mittel}}_{\text{Semiotik}}$$

$$\text{Invarianzschema:} \rightarrow \text{Vererbung des Invarianzschemas}$$

$$\begin{array}{lll} \text{1. Konsistenz/Sekanz} & \rightarrow & 0.1 \\ \text{2. Identifikation/Semanz} & \rightarrow & 0.2 \\ \text{3. Existenz/Selektanz} & \rightarrow & 0.3 \end{array}$$

4. Durch Kombination der semiotischen Invarianten Konsistenz, Identifikation und Existenz bzw. der präsemiotischen Eigenschaften der Sekanz, Semanz und Selektanz erhalten wir eine präsemiotische Matrix

	0.1	0.2	0.3
0.1	(0.1 0.1)	(0.1 0.2)	(0.1 0.3)
0.2	(0.2 0.1)	(0.2 0.2)	(0.2 0.3)
0.3	(0.3 0.1)	(0.3 0.2)	(0.3 0.3)

als Basis für die semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

so dass also

(0.1 0.1) → (1.1),
(0.1 0.2) → (1.2),
(0.1 0.3) → (1.3)

durch kategoriale Reduktion und

(0.2 0.1) → (2.1),
(0.2 0.2) → (2.2),
(0.2 0.3) → (2.3);
(0.3 0.1) → (3.1),
(0.3 0.2) → (3.2)
(0.3 0.3) → (3.3)

durch kategoriale Reduktion und Vererbung gebildet werden. Mit anderen Worten: Die Dreiheit oder präsemiotische Triade des Invarianzschemas "Konsistenz-Identifikation-Existenz" wird für jede der drei Invarianzen iteriert, wobei deren Merkmale gleich weitervererbt werden, so dass also aus drei präsemiotischen Triaden drei präsemiotische Trichotomien entstehen, deren kategoriale Struktur dasselbe Invarianzschema haben:

Sekanz-Konsistenz: $0.1 \rightarrow 1.1 \rightarrow 2.1 \rightarrow 3.1$
Semanz-Identifikation: $0.2 \rightarrow 1.2 \rightarrow 2.2 \rightarrow 3.2$
Selektanz-Existenz: $0.3 \rightarrow 1.3 \rightarrow 2.3 \rightarrow 3.3$

5. Damit bekommen wir ein tetradisch-tetratomisches präsemiotisches Zeichenmodell

PZR = (.0., .1., .2., .3.),

das mit dem in Toth (2009a) eingeführten, durch das Nullzeichen erweiterten Peirceschen Zeichenmodell

ZR+ = (∅, M, O, I)

semiotisch äquivalent ist. Nach Toth (2009b) gilt: Jede Struktur, die Σ erfüllt, heisse eine Semiotik. Σ ist ein geordnetes Tripel über drei ungeordneten Mengen, welche (in dieser Reihenfolge) ontischer Raum, präsemiotischer Raum und semiotischer Raum heissen:

$$\Sigma = <\{\{\Omega\}, \{\mho\}, \{\mathcal{R}\}\}, \{\varnothing_M, \varnothing_O, \varnothing_I\}, \{\{M_M, M_O, M_I\}, \{O_M, O_O, O_I\}, \{I_M, I_O, I_I\}\}.$$

Dabei gilt für die drei Teilräume des ontischen Raumes:

—	—		$\varnothing_M$	$\equiv$	$\varnothing\rightarrow$
(1.1)	id1	$\rightleftarrows$	M_M	$\equiv$	$1\downarrow$
(1.2)	α	$\rightleftarrows$	M_O	$\equiv$	$\leftarrow 1 \rightarrow$
(1.3)	$\beta\alpha$	$\rightleftarrows$	M_I	$\equiv$	$\leftarrow 1$

$$\rightleftarrows \boxed{\{\Omega\}}$$

—	—		$\varnothing_O$	$\equiv$	$\rightarrow\varnothing\leftarrow$
(2.1)	$\alpha°$	$\rightleftarrows$	O_M	$\equiv$	$2\rightarrow$
(2.2)	id2	$\rightleftarrows$	O_O	$\equiv$	$2\downarrow$
(2.3)	β	$\rightleftarrows$	O_I	$\equiv$	$\leftarrow 2$

$$\rightleftarrows \boxed{\{\mho\}}$$

—	—		$\varnothing_I$	$\equiv$	$\varnothing\leftarrow$
(3.1)	$\alpha°\beta°$	$\rightleftarrows$	I_M	$\equiv$	$3\rightarrow$
(3.2)	$\beta°$	$\rightleftarrows$	I_O	$\equiv$	$\leftarrow 3 \rightarrow$
(3.3)	id3	$\rightleftarrows$	I_I	$\equiv$	$3\downarrow$

$$\rightleftarrows \boxed{\{\mathcal{R}\}}$$

Damit ist es nun möglich, das Vererbungsschema aus Kap. 3.3. in der Form eines komplexen spurentheoretisch-kategorietheoretischen Schemas auf der Basis von Σ zu formulieren:

1. $\{\Omega\} \rightarrow (\varnothing\rightarrow)\ \varnothing_M \rightarrow M_M \rightarrow M_O \rightarrow M_I \rightarrow$
$\{id1/(1.1), \alpha/(1.2), \beta\alpha/(1.3)\}$

2. $\{\mho\} \rightarrow (\rightarrow\varnothing\leftarrow) \rightarrow \varnothing_O \rightarrow O_M \rightarrow O_O \rightarrow O_I \rightarrow$
$\{\alpha°/(2.1), id2/(2.2), \beta/(2.3)\}$

3. $\{\mathcal{R}\} \rightarrow (\varnothing\leftarrow) \rightarrow \varnothing_I \rightarrow I_M \rightarrow I_O \rightarrow I_I \rightarrow$
$\{\alpha°\beta°/(3.1), \beta°/(3.2), id3/(3.3)\}$

Schema der kategoriellen Perkolation von den Telräumen des ontischen Raumes bis zu den Subzeichen.

Hier werden also jeweils von links nach rechts, getrennt nach den drei Teilmengen des ontischen Raumes, Zeichen thetisch als Spuren eingeführt und anschliessend auf Kategorien abgebildet und erst anschliessend als semiotische Objekte sichtbar. Von links nach rechts werden also Kategorien auf Spuren abgebildet und dann kategorial rückgeführt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Ein kategorietheoretisch-spurentheoretisches Semiosemodell. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics,

Der Mechanismus der kategoriellen Perkolation

1. Nach Toth (2009a) ist eine Semiotik jede Struktur, welche das Tripel

$$\Sigma = <\{\{\Omega\}, \{\mho\}, \{\mathcal{R}\}\}, \{\varnothing_M, \varnothing_O, \varnothing_I\}, \{\{M_M, M_O, M_I\}, \{O_M, O_O, O_I\},$$
$$\{I_M, I_O, I_I\}\}$$

erfüllt. Dabei muss also garantiert werden, dass die Entstehung der drei Teilmengen des semiotischen Raumes aus den triadisch bzw. trichotomisch fungierenden Peirceschen Universalkategorien im Rahmen dieses Semiose-Modells seit dem ontischen Raum garantiert ist. Eine besondere Funktion kommt dabei dem intermediären präsemiotischen Raum zu, der zwischen Ontik und Semiotik vermittelt.

2. Anderseits kann der präsemiotische Raum „übersprungen" werden, ohne dass die kategorielle Perkolation zwischen Ontik und Semiotik gestört wird, wie man anhand der sog. semiotischen Objekte sieht, welche Tripel aus geordneten Paaren sind, deren erstes bzw. zweites Element ontisch und deren zweites bzw. erstes Element semiotisch sind (vgl. Toth 2009b):

$$ZO = \{<M, \mathcal{M}>, <O, \Omega>, <I, \mathcal{I}>\}$$

$$OZ = \{<\mathcal{M}, M>, <\Omega, O>, <\mathcal{I}, I>\}$$

3. Schliesslich ist es sogar so, dass ene Perkolation vom präsemiotischen zum semiotischen Raum möglich ist unter Unterdrückung des ontischen Raumes, wie aus den in Toth (2009c) besprochenen „Dispositionszeichen" und „Zeichendispositionen" hervorgeht:

$$ZD = \{<M, M°>, <O, O°>, <I, I°>\}$$

$$DZ = \{< M°, M>, < O°, O>, < I°, I>\}$$

Da es ausgeschlossen ist, dass die Fundamentalkategorien dort entstehen, wo sie bereits gebraucht werden, haben wir hier einen weiteren Hinweis darauf, dass der ontische Raum nicht die letzte „präsemiotische" Struktur ist, sondern dass sich dahinter noch eine „black box" verbirgt, die scheints dann zu wirken beginnt, wenn eine Zeichenart im ontischen Raum nicht realisiert erscheint.

Dies wurde anhand der Codomänen und Spuren der Nullzeichen in Toth (2009d) nachgewiesen:

$\varnothing_M \equiv \varnothing\rightarrow$: Bewegung vom Nichts weg

$\varnothing_I \equiv \varnothing\leftarrow$: Bewegung (von vorn) zum Nichts hin

$M_\varnothing \equiv \leftarrow\varnothing$: Bewegung hinter das Nichts

$I_\varnothing \equiv \rightarrow\varnothing$: Bewegung (von hinten) zum Nichts

$\varnothing_O \equiv \rightarrow\varnothing\leftarrow$: Bewegung (von vorn und von hinten) zum Nichts

$O_\varnothing \equiv \leftarrow\varnothing\rightarrow$: Bewegung (von beiden Seiten) vo Nichts weg

4. Die vollständigen Perkolationsmechanismen für die drei Fundamentalkategorien M, O und I werden durch die folgenden Strukturen der drei Teilräume des ontischen Raumes separat gegeben:

4.1. M-Teilraum des ontischen Raumes

$$
\boxed{
\begin{array}{cccccc}
\text{—} & \text{—} & & \varnothing_M & \equiv & \varnothing\rightarrow \\
(1.1) & id1 & \rightleftarrows & M_M & \equiv & 1\downarrow \\
(1.2) & \alpha & \rightleftarrows & M_O & \equiv & \leftarrow 1\rightarrow \\
(1.3) & \beta\alpha & \rightleftarrows & M_I & \equiv & \leftarrow 1
\end{array}
\quad \rightleftarrows \quad \boxed{\{\Omega\}}
}
$$

4.2. O-Teilraum des ontischen Raumes

—	—		$\varnothing_O$	$\equiv$	$\rightarrow\varnothing\leftarrow$	$\rightleftarrows$	$\{\mho\}$
(2.1)	$\alpha°$	$\rightleftarrows$	O_M	$\equiv$	$2\rightarrow$		
(2.2)	id2	$\rightleftarrows$	O_O	$\equiv$	$2\downarrow$		
(2.3)	β	$\rightleftarrows$	O_I	$\equiv$	$\leftarrow 2$		

4.3. I-Teilraum des ontischen Raumes

—	—		$\varnothing_I$	$\equiv$	$\varnothing\leftarrow$	$\rightleftarrows$	$\{\mathcal{R}\}$
(3.1)	$\alpha°\beta°$	$\rightleftarrows$	I_M	$\equiv$	$3\rightarrow$		
(3.2)	$\beta°$	$\rightleftarrows$	I_O	$\equiv$	$\leftarrow 3\rightarrow$		
(3.3)	id3	$\rightleftarrows$	I_I	$\equiv$	$3\downarrow$		

Damit ist es nun möglich, das Vererbungsschema aus Toth (2008, S. 166 ff.) in der Form des folgenden vollständigen Perkolationsschemas wiederzugeben:

1. $\mathcal{P}\{\Omega\} \to \varnothing_{\to M}$; $D(\cancel{\varnothing}_{\to M}) = M_O$; $R(M^\circ) = M$

2. $\mathcal{P}\{\mho\} \to \varnothing_{\to O}$; $D(\varnothing_{\to O}) = O_O$; $R(O^\circ) = O$

3. $\mathcal{P}\{\mathcal{R}\} \to \varnothing_{\to I}$; $D(\varnothing_{\to I}) = I_O$; $R(I^\circ) = I$

Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Ein kategorietheoretisch-spurentheoretisches Semiosemodell. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Disponible Zeichen und Zeichendispositionen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Kategorielle Perkolation. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009d

Links- und Rechtsadditionen von Nullzeichen

1. In Toth (2009a) wurde eine auf Toth (2008) basierende „Substanz-Reduktion“ der Notation semiotischer Spuren vorgeschlagen, insofern die Codomänen von Spuren durch Pfeile ersetzt wurden. Im Gegensatz zu den Subzeichen, die „substanzfrei“ die drei Pfeile $\rightarrow$, $\leftarrow$ und $\downarrow$ benötigen, genügen zur Darstellung „substanzfreier“ Spuren die beiden ersten:

$\varnothing_M \equiv \varnothing\rightarrow$: Bewegung vom Nullzeichen weg

$\varnothing_I \equiv \varnothing\leftarrow$: Bewegung (von vorn) zum Nullzeichen hin

$M_\varnothing \equiv \leftarrow\varnothing$: Bewegung hinter das Nullzeichen

$I_\varnothing \equiv \rightarrow\varnothing$: Bewegung (von hinten) zum Nullzeichen

$\varnothing_O \equiv \rightarrow\varnothing\leftarrow$: Bewegung (von vorn und von hinten) zum Nullzeichen

$O_\varnothing \equiv \leftarrow\varnothing\rightarrow$: Bewegung (von beiden Seiten) vom Nullzeichen weg

2. Stellt man die einander dualen Nullzeichen, d.h. die Nullzeichen, die entweder als Domäne oder als Codomäne $\varnothing$ haben, einander gegenüber, ergibt sich:

$\varnothing_M$	$\varnothing\rightarrow$	$\leftarrow\varnothing$	$M_\varnothing$
$\varnothing_O$	$\rightarrow\varnothing\leftarrow$	$\leftarrow\varnothing\rightarrow$	$O_\varnothing$
$\varnothing_I$	$\varnothing\leftarrow$	$\rightarrow\varnothing$	$I_\varnothing$

Daraus ergeben sich im Anschluss an die kleine Arithmetik, die in Toth (2009b) präsentiert wurde, folgende Ergänzungen:

$\varnothing_M + M_\varnothing = \varnothing\rightarrow \mid \leftarrow\varnothing \qquad M_\varnothing + \varnothing_M = \leftarrow\varnothing \mid \varnothing\rightarrow$

$\varnothing_M + O_\varnothing = \varnothing\rightarrow \mid \leftarrow\varnothing\rightarrow \qquad O_\varnothing + \varnothing_M = \leftarrow\varnothing\rightarrow \mid \varnothing\rightarrow$

$\varnothing_M + I_\varnothing = \varnothing\rightarrow \mid \rightarrow\varnothing \qquad I_\varnothing + \varnothing_M = \rightarrow\varnothing \mid \varnothing\rightarrow$

$\varnothing_0 + M_\varnothing \; = \; \rightarrow\varnothing\leftarrow \mid \leftarrow\varnothing \qquad M_\varnothing + \varnothing_0 \; = \; \leftarrow\varnothing \mid \rightarrow\varnothing\leftarrow$

$\varnothing_0 + O_\varnothing \; = \; \rightarrow\varnothing\leftarrow \mid \leftarrow\varnothing\rightarrow \qquad O_\varnothing + \varnothing_0 \; = \; \leftarrow\varnothing\rightarrow \mid \rightarrow\varnothing\leftarrow$

$\varnothing_0 + I_\varnothing \; = \; \rightarrow\varnothing\leftarrow \mid \rightarrow\varnothing \qquad I_\varnothing + \varnothing_0 \; = \; \rightarrow\varnothing \mid \rightarrow\varnothing\leftarrow$

$\varnothing_I + M_\varnothing \; = \; \varnothing\leftarrow \mid \leftarrow\varnothing \qquad M_\varnothing + \varnothing_I \; = \; \leftarrow\varnothing \mid \varnothing\leftarrow$

$\varnothing_I + O_\varnothing \; = \; \varnothing\leftarrow \mid \leftarrow\varnothing\rightarrow \qquad O_\varnothing + \varnothing_I \; = \; \leftarrow\varnothing\rightarrow \mid \varnothing\leftarrow$

$\varnothing_I + I_\varnothing \; = \; \varnothing\leftarrow \mid \rightarrow\varnothing \qquad I_\varnothing + \varnothing_I \; = \; \rightarrow\varnothing \mid \varnothing\leftarrow$

Dies sind also sämtliche mögliche Annäherungen an die das semiotische Nichts vertretenden Nullzeichen sowohl von den Zeichenklassenstrukturen (dem Subjektpol) als auch von den Realitätsthematikenstruktur (dem Objektpol) her. Die Abwesenheit von Zeichen ist damit abhängig von der Subjekt- und Objektposition.

Literatur

Toth, Alfred, Die Auslöschung der semiotischen Substanz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Kleine Arithmetik der Zeichen- und Objektspuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Nullzeichen in semiotischen Termen mit variablen Domänen und Codomänen sowie invertierbaren Abbildungen

1. Wie in Toth (2009b) gezeigt, haben wir folgende Zeichen-Spuren:

1.1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c)

1.2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3)

1.3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

1.4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$

1.5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

$Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c}), (3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw.

1.6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

$Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a}), (1_{\rightarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$, usw.

2. Wie ebenfalls gezeigt, haben wir daneben folgende Spuren-Zeichen:

2.1. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\rightarrow a_3 \rightarrow b_2 \rightarrow c_1)$

2.2. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\rightarrow c_1 \rightarrow b_2 \rightarrow a_3)$

2.3. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form

$Zkl_{Sp} = (\leftarrow a_3 \leftarrow b_2 \leftarrow c_1), (\leftarrow a_3 \rightarrow b_2 \leftarrow c_1)$, usw.

2.4. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form

$Rth_{Sp} = (\leftarrow c_1 \leftarrow b_2 \leftarrow a_3), (\rightarrow c_1 \leftarrow b_2 \rightarrow a_3)$, usw.

3. Nullzeichen wurden in Toth (2009a) einerseits in Zeichenklassen, d.h. in undualisierter Form als $\varnothing_{\rightarrow 1}$, $\varnothing_{\rightarrow 2}$, $\varnothing_{\rightarrow 3}$, anderseits in Realitätsthematiken, d.h. in dualisierte Form als $1_{\rightarrow\varnothing}$, $2_{\rightarrow\varnothing}$, $3_{\rightarrow\varnothing}$ eingeführt. Allerdings sind die Nullzeichen im letzteren Fall selber nicht indiziert, d.h. haben keine eigene Codomäne. Wenn man dem abhilft, d.h. $1_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 1}$, $2_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 2}$, $3_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 3}$ einführt,

bekommt man die in Toth (2009c) behandelten Bi-Spuren. Entsprechend kann man dann Bi-Spuren für sämtliche Spuren (1.1. bis 1.6. und 2.1. bis 2.4.) verallgemeinern.

4. Wir wollen nun Nullzeichen analog zu den Nicht-Null-Spuren einführen.

4.1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c ∅.d),

wobei hier zwischen partiellen und vollständigen zu unterscheiden ist:

(3.a 2.b ∅.c ∅.d), (3.a ∅.b ∅.c ∅.d), (∅.a ∅.b ∅.c ∅.d), und gemischte.

4.2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3), d.h.

(d.∅ c.1 b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.∅),

und gemischte, sowie mit/ohne Indizierung des Nullzeichens (vgl. 3.).

4.3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\rightarrow\emptyset}\ 2_{\rightarrow\emptyset}\ 1_{\rightarrow\emptyset})$, wobei hier die Nullzeichen indiziert oder nichtindiziert sein können (vgl. 3.). Ferner

$(\emptyset_{\rightarrow I}\ \emptyset_{\rightarrow O}\ \emptyset_{\rightarrow M})$, sowie Kombinationen.

4.4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$. $(\emptyset_{\rightarrow c}\ \emptyset_{\rightarrow b}\ \emptyset_{\rightarrow a})$ oder $(1_{\rightarrow\emptyset}\ 2_{\rightarrow\emptyset}\ 3_{\rightarrow\emptyset})$, usw.

4.5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

$Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, $(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

4.6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

$Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a})$, $(1_{\rightarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$, usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

4.7. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\rightarrow\emptyset_3 \rightarrow\emptyset_2 \rightarrow\emptyset_1)$

4.8. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\rightarrow\emptyset_1 \rightarrow\emptyset_2 \rightarrow\emptyset_3)$

4.9. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form

$Zkl_{Sp} = (\leftarrow\emptyset_3 \leftarrow\emptyset_2 \leftarrow\emptyset_1)$, $(\leftarrow\emptyset_3 \rightarrow\emptyset_2 \leftarrow\emptyset_1)$, usw.

4.10. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form

$Rth_{Sp} = (\leftarrow\emptyset_1 \leftarrow\emptyset_2 \leftarrow\emptyset_3)$, $(\rightarrow\emptyset_1 \leftarrow\emptyset_2 \rightarrow\emptyset_3)$, usw.

Zu 4.7. - 4.10. stellt sich die generelle Frage nach der Indizierung von $\varnothing$ in Ausdrücken wie $(\rightarrow\varnothing_3 \rightarrow\varnothing_2 \rightarrow\varnothing_1)$ oder $(\rightarrow\varnothing_1 \rightarrow\varnothing_2 \rightarrow\varnothing_3)$, wo die folgenden Ausdrücke wegen den definitorisch fehlenden Domänen semiotisch äquivalent sind: $(\varnothing_{\rightarrow\varnothing 3}, \varnothing_{\rightarrow\varnothing 2}, \varnothing_{\rightarrow\varnothing 1})$, usw. Wenn man hier die Domänen indiziert, erhält man wiederum Bi-Spuren (vgl. 3.), hier allerdings von den Domänen und nicht von den Codomänen her, womit beide möglichen Fälle behandelt sind.

5. Dies sind alle möglichen Fälle von semiotischen Spurentypen mit und ohne Nullzeichen. Wie in Toth (2009b) gezeigt, kann man nicht nur Zeichen, sondern auch Objekte, d.h.

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$,

und damit auch die beiden Haupttypen semiotischer Objekte auf alle genannten Weisen spurentheoretisch einführen, d.h. Zeichenobjekte

$ZO = (<M, \mathcal{M}>, <O, \Omega>, <I, \mathcal{I}>)$

und Objektzeichen

$OZ = (<\mathcal{M}, M>, <\Omega, O>, <\mathcal{I}, I>)$,

also z.B.

Spuren-Zeichenobjekte neben Spuren-Objektzeichen

$ZO_{Sp} = (\rightarrow a_{<M, \mathcal{M}>}, \rightarrow b_{<O, \Omega>}, \rightarrow c_{<I, \mathcal{I}>})$

$OZ_{sp} = (\rightarrow a_{<\mathcal{M}, M>}, \rightarrow b_{<\Omega, O>}, \rightarrow c_{<\mathcal{I}, I>})$

sowie Objekt-Spuren neben Spuren-Objekten

$OR_{sp} = (\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{I})$

$Sp_{OR} = (_{\rightarrow a}, _{\rightarrow b}, _{\rightarrow c}) \equiv (\rightarrow a_{\mathcal{M}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{I}})$.

Literatur

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Von Objekten zu Pfeilen und von Pfeilen zu Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Spurentransformationsmatrizen

1. Der Begriff der Spurenmatrize wurde in Toth (2009) in die Semiotik eingeführt. Man beachte, dass jedes Subzeichen der Form

$$Sz = (a.b)$$

in Form der folgenden 4 Spuren notiert werden kann

$(a_{\to b})$, $(a_{\leftarrow b})$, $(b_{\to a})$, $(b_{\leftarrow a})$,

wobei die beiden letzteren die zu den beiden ersten dualen Spuren sind. Eine vollständige Übersicht über die Subzeichen und ihre Dualen liefern die Spurenmatrix und ihre Transponierte. Die je drei Nullzeichen, durch welche die Peirce Zeichenrelation in eine tetradisch-trichotomische Relation transformierbar ist, wurden hier blockartig abgetrennt:

$$\left(\begin{array}{c:ccc} \emptyset_{\to 1} & 1_{\to 1} & 1_{\to 2} & 1_{\to 3} \\ \cdashline{3-4} \emptyset_{\to 2} & 1_{\leftarrow 2} & \multicolumn{1}{:c}{2_{\to 2}} & 2_{\to 3} \\ \cdashline{4-4} \emptyset_{\to 3} & 1_{\leftarrow 3} & \multicolumn{1}{:c}{2_{\leftarrow 3}} & \multicolumn{1}{:c}{3_{\to 3}} \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{c:c:c} 1_{\to \emptyset} & 2_{\to \emptyset} & 3_{\to \emptyset} \\ \hdashline 1_{\to 1} & 1_{\leftarrow 2} & 1_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 2} & 2_{\to 2} & 2_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right)^{T}$$

2. Das System der Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich auf der Basis der Spurenmatrix als System von Zeichenspuren und Realitätsspuren konstruieren:

$(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) \quad \to \quad (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 1}) \times (1_{\to 1}\ 1_{\to 2}\ 1_{\to 3})$

$(3.1\ 2.1\ 1.2) \times (2.1\ 1.2\ 1.3) \quad \to \quad (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 2}\ 1_{\to 3})$

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3) \quad \to \quad (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\to 3}) \times (3_{\to 1}\ 1_{\to 2}\ 1_{\to 3})$

$(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \quad \to \quad (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3})$

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3) \quad \to \quad (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\to 2}\ 1_{\to 3})$

$(3.1\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 2.3) \quad \rightarrow \quad (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\rightarrow 2}\ 2_{\rightarrow 3})$

$(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 2.3) \quad \rightarrow \quad (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 2_{\rightarrow 3})$

$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 2.3) \quad \rightarrow \quad (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3})$

$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 3.3) \quad \rightarrow \quad (3_{\rightarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 3_{\rightarrow 3})$

3. Da jede triadische Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik 3! = 6 Permutationen besitzt, kann man das ganze zeichen- und realitätstheoretische semiotische Permutationssystem in Form des folgenden allgemeinen Schemas von Transformationsmatrizen darstellen:

$$\begin{bmatrix} (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}) \\ (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}) \\ (3_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}) \\ (2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow c}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}) \\ (2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 3_{\rightarrow a}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}) \\ (1_{\rightarrow c}\ 3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}) \\ (1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (c_{\rightarrow 1}\ b_{\rightarrow 2}\ a_{\rightarrow 3}) \\ (c_{\rightarrow 1}\ b_{\rightarrow 2}\ a_{\rightarrow 3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (c_{\rightarrow 1}\ b_{\rightarrow 2}\ a_{\rightarrow 3}) \\ (b_{\rightarrow 2}\ c_{\rightarrow 1}\ a_{\rightarrow 3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (c_{\rightarrow 1}\ b_{\rightarrow 2}\ a_{\rightarrow 3}) \\ (c_{\rightarrow 1}\ a_{\rightarrow 3} b_{\rightarrow 2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (c_{\rightarrow 1}\ b_{\rightarrow 2}\ a_{\rightarrow 3}) \\ (a_{\rightarrow 3}\ c_{\rightarrow 1}\ b_{\rightarrow 2}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (c_{\rightarrow 1}\ b_{\rightarrow 2}\ a_{\rightarrow 3}) \\ (b_{\rightarrow 2}\ a_{\rightarrow 3}\ c_{\rightarrow 1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (c_{\rightarrow 1}\ b_{\rightarrow 2}\ a_{\rightarrow 3}) \\ (a.3\ b_{\rightarrow 2}\ c_{\rightarrow 3}) \end{bmatrix}$$

Literatur

Toth, Alfred, Semiotische und physikalische Gesetze und deren Durchbrechung. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zeichen und Spuren

1. Ein Zeichen ist nach Bense (1967, S. 9) ein „Meta-Objekt", d.h. ein Etwas, das ein Objekt substituiert und dadurch repräsentiert. Nach Bense wird jedes Zeichen formal durch eine Zeichenklasse erfassbar, eine Isomorphieklasse über drei Relationen, welche formal durch drei „Subzeichen" ausgedrückt werden, von denen jedes eine eindeutige Thematisation besitzt, und zwar im Mittelbezug entweder (1.1), (1.2) oder (1.3), im Objektbezug entweder (2.1), (2.2) oder (2.3), und im Interpretantenbezug entweder (3.1), (3.2) oder (3.3). Durch die Eindeutigkeit der gewählten, bestimmten oder vorbestimmten Subzeichen ergibt sich jeweils kein Zweifel an der Repräsentationsfunktion einer Zeichenklasse in allen drei Zeichenbezügen, d.h. es handelt sich in jedem Falle um scharfe und nicht um unscharfe (fuzzy) Mengen bzw. Relationen. Noch anders ausgedrückt: Z.B. sind der iconische (2.1), der indexikalische (2.2) und der symbolische (2.3) Objektbezug diskrete Subklassen der Zeichenklassen, d.h. jedes Zeichen, das Element einer Zeichenklasse ist, gehört einem und nur einem Objektbezug an; dasselbe gilt praemissis praemittendis für den Mittel- und den Interpretantenbezug.

2. Wenn wir die Vorstellung einer diskreten relationalen Menge, genauer: einer Unterklasse einer Zeichenklasse, für die Subzeichen aufheben „fuzzyfizieren" wir sie in einem gewissen Sinne, insofern dann ein Zeichen innerhalb einer Zeichenklasse z.B. gleichzeitig mehreren Objektbezügen angehören kann, oder insofern einfach z.B. die Frage nach der Objektrelation eines Zeichens schwebend gehalten werden kann. Formal können wir dies tun, indem wir die statisch-dynamische Konzeption eines Subzeichens durch die dynamisch-statische Konzeption seiner Spur ersetzen. Eine Spur ist eine Möglichkeit eines Zeichens oder Subzeichens, d.h. die Möglichkeit eines Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezugs. Daher ist die Thematisation einer Spur im Gegensatz zu der eines Zeichens nie eindeutig, sondern hält stets eine vierfache Möglichkeit bereit. Es sei

Sz = (a.b)

ein Subzeichen. Dann kann seine Spur in den folgenden 4 allgemeinen Formen notiert werden:

$(a_{\rightarrow b})$, $(a_{\leftarrow b})$, $(b_{\rightarrow a})$, $(b_{\leftarrow a})$,

wobei die beiden letzteren die zu den beiden ersten dualen Spuren sind. Eine vollständige Übersicht über die Spuren und ihre Dualen liefern die Spurenmatrix und ihre Transponierte. Die je drei Nullzeichen, durch welche die Peircesche Zeichenrelation in eine tetradisch-trichotomische Relation transformierbar ist, wurden hier blockartig abgetrennt:

$$\left(\begin{array}{c:ccc} \varnothing_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 2} & 1_{\rightarrow 3} \\ \varnothing_{\rightarrow 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 3} \\ \varnothing_{\rightarrow 3} & 1_{\leftarrow 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{ccc} 1_{\rightarrow \varnothing} & 2_{\rightarrow \varnothing} & 3_{\rightarrow \varnothing} \\ \hdashline 1_{\rightarrow 1} & 1_{\leftarrow 2} & 1_{\leftarrow 3} \\ 1_{\rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 2_{\leftarrow 3} \\ 1_{\rightarrow 3} & 2_{\rightarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{array}\right)^{T}$$

3. Das System der Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich auf der Basis der Spurenmatrix als System von Zeichenspuren und Realitätsspuren konstruieren:

$(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 1}) \times (1_{\rightarrow 1}\ 1_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.1\ 2.1\ 1.2) \times (2.1\ 1.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 1_{\leftarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (3_{\rightarrow 1}\ 1_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.1\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 1.3) \quad \rightarrow \quad (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3})$

$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 2.3) \quad \rightarrow \quad (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 2}) \times (1_{\leftarrow 2}\ 2_{\rightarrow 2}\ 2_{\rightarrow 3})$

$(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 2.3) \quad \rightarrow \quad (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 2_{\rightarrow 3})$

$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 2.3) \quad \rightarrow \quad (2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3})$

$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 3.3) \quad \rightarrow \quad (3_{\rightarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 3_{\rightarrow 3})$

Wie man erkennt, bleiben in der semiotischen Spurentheorie fundamentale Ergebnisse der Theoretischen Semiotik wie etwa die Eigenrealität der Zeichen $(1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\rightarrow 2}\ 1_{\rightarrow 3})$ oder die „technische Realität" der Genuinen Kategorien $(3_{\rightarrow 3}\ 2_{\rightarrow 3}\ 1_{\rightarrow 3}) \times (1_{\leftarrow 3}\ 2_{\leftarrow 3}\ 3_{\rightarrow 3})$ erhalten (vgl. Bense 1992).

4. Wenn man von Spuren anstatt von diskreten Subzeichen ausgeht, ergibt sich die Notwendigkeit, das Nullzeichen zu benutzen, das allerdings auch ausserhalb des Kontextes der Spurentheorie ganz zwanglos ergibt, wenn man aus der Menge des Peirceschen Zeichens

$ZR = \{M, O, I\}$

die Potenzmenge bildet

$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{M, I\}, \{O, I\}, \{M, O, I\}, \varnothing\}$.

Sobald man einen Zeichenbezug fuzzyfiziert, ergibt sich ein (offenes oder geschlossenes) Intervall zwischen dem Nicht-Zustandekommen ($\varnothing$) und dem Zustandekommen (ZR) des Zeichenbezugs bzw. Subzeichenbezugs. Anstatt aber das Zeichen von Anfang an als eine unscharfe Menge einzuführen, ist es wegen des auch in der Spur als „Redukt" des Subzeichens noch erhaltenen Doppelcharakters des Zeichens zweckdienlicher, dieses wie bisher seit Peirce zu definieren, dabei aber von der Potenzmenge auszugehen. Während die Subzeichen, wie gesagt, zugleich statische „Momente" und dynamische „Semiosen" sind (vgl. Bense 1975, S. 92), d.h. sowohl „Objekte" als auch „Abbildungen", handelt die von Bense eingeführte semiotische Kategorietheorie primär mit Abbildungen und sekundär mit Objekten. Die von mir eingeführte Spurentheorie dagegen handelt sozusagen primär mit Objekten und sekundär mit Abbildungen. Etwas intuitiver könnte man sagen: Eine semiotische Spur ist ein Objekt mit „Abbildungsstummel", also ein „gerichtetes Objekt".

5. Da man jedes Subzeichen als vierfaches gerichtetes Objekt, d.h. vierfache Spur schreiben kann, gilt dies natürlich auch für das Nullzeichen, das ja ebenfalls in seiner dualen Form auftritt, wie man anhand der obigen Transponierten der Spurenmatrix sehen kann. Da das Nullzeichen Teil jedes

Zeichens ist, ergeben sich damit aber nicht nur 4, sondern 8 gerichtete Objekte pro Subzeichen. Wenn wir Sz = (a.b) = (3.1) setzen, haben wir z.B.

$$\begin{array}{cc||c|c} 3_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 3} & \varnothing_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow \varnothing} \\ 3_{\leftarrow 1} & 1_{\leftarrow 3} & \varnothing_{\leftarrow 1} & 1_{\leftarrow \varnothing} \end{array}$$

Bei den 4 Spuren links vom dicken Trennstrich sind sowohl Domänen als auch Codomänen $\neq \varnothing$. Auf der rechten Seite stehen links vom dünnen Trennstrich die beiden Fälle mit $D = \varnothing$, $C \neq \varnothing$, und rechts vom dünnen Trennstrich die beiden Fälle von $D \neq \varnothing$, $C = \varnothing$.

6. Allerdings ergibt sich folgendes Problem: Trotz ihrer gleichen Struktur mit den Fällen, wo $D \neq \varnothing$, $C \neq \varnothing$, sind von den vier Fällen

$\varnothing_{\rightarrow 1}$ $\quad 1_{\rightarrow \varnothing}$

$\varnothing_{\leftarrow 1}$ $\quad 1_{\leftarrow \varnothing}$

die beiden zur Rechten semiotisch unterspezifiert, denn nach der Spurenmatrix und ihrer Transponierten tritt ja das nicht-duale ebenso wie das duale Nullzeichen jeweils in dreifacher Gestalt auf. D.h., man würde, etwas entsprechend zu einem Term wie $3_{\rightarrow 1}$, Nullzeichen-Terme der folgenden Gestalt erwarten

$1_{\rightarrow \varnothing} \rightarrow \{(1_{\rightarrow \varnothing 1}), (1_{\rightarrow \varnothing 2}), (1_{\rightarrow \varnothing 3})\}$

$2_{\rightarrow \varnothing} \rightarrow \{(2_{\rightarrow \varnothing 1}), (2_{\rightarrow \varnothing 2}), (2_{\rightarrow \varnothing 3})\}$

$3_{\rightarrow \varnothing} \rightarrow \{(3_{\rightarrow \varnothing 1}), (3_{\rightarrow \varnothing 2}), (3_{\rightarrow \varnothing 3})\}$.

Das sind allerdings die in Toth (2009) eingeführten Bi-Spuren, also Spuren, deren Codomänen selbst Spuren sind, denn es ist ja

$\{(a_{\rightarrow \varnothing 1}), (b_{\rightarrow \varnothing 2}), (c_{\rightarrow \varnothing 3})\} = \{(a_{\rightarrow \varnothing \rightarrow 1}), (b_{\rightarrow \varnothing \rightarrow 2}), (c_{\rightarrow \varnothing \rightarrow 3})\}$.

Damit haben wir allerdings die Möglichkeit (bzw. die Pflicht?), auch die entsprechenden nicht-dualen Fälle zu spezifizieren:

$\times\{(1_{\rightarrow \varnothing 1}), (1_{\rightarrow \varnothing 2}), (1_{\rightarrow \varnothing 3})\} = \{(\varnothing_{1 \rightarrow 1}), (\varnothing_{2 \rightarrow 1}), (\varnothing_{3 \rightarrow 1})\}$

$\times\{(2_{\rightarrow \varnothing 1}), (2_{\rightarrow \varnothing 2}), (2_{\rightarrow \varnothing 3})\} = \{(\varnothing_{1 \rightarrow 2}), (\varnothing_{2 \rightarrow 2}), (\varnothing_{3 \rightarrow 2})\}$

$\times\{(3_{\to\varnothing 1}), (3_{\to\varnothing 2}), (3_{\to\varnothing 3})\}.= \{(\varnothing_{1\to 3}), (\varnothing_{2\to 3}), (\varnothing_{3\to 3})\}$.

7. Man kann sich damit fragen, ob es nicht sinnvoll ist, von Anfang an die spurentheoretische Semiotik auf Bi-Spuren anstatt auf einfachen Spuren zu begründen. In diesem Fall würden also die einzelnen Subzeichen und ihre (einzelnen) Kategorien bzw. Morphismen Bi-Spuren gegenüberstehen, man hätte also einen ähnlichen Fall wie seinerzeit in der reinen Mathematik, als Bénabou die Bi-Kategorien einführte (Bénabou 1967). Das Problem liegt aber darin, dass man dann für alle Spuren, bei denen entweder $D \neq \varnothing$ oder/und $C \neq \varnothing$, Terme bekäme wie den folgenden

$1_{1\to 2}$,

was also einer doppelten Abbildung

$(1 \to 1) \circ (1 \to 2) = (1 \to 2)$

über je eine gemeinsame („homogene") C/D entspräche. Das ist nun allerdings möglich, denn man kann alle Subzeichen (a.b) auf diese Weise analysieren:

$(1 \to 1) \circ (1 \to 1) = (1 \to 1)$

$(1 \to 2) \circ (2 \to 2) = (1 \to 2)$

$(1 \to 3) \circ (3 \to 3) = (1 \to 3)$

$(2 \to 1) \circ (1 \to 1) = (2 \to 1)$

$(2 \to 2) \circ (2 \to 2) = (2 \to 2)$

$(2 \to 3) \circ (3 \to 3) = (2 \to 3)$

$(3 \to 1) \circ (1 \to 1) = (3 \to 1)$

$(3 \to 2) \circ (2 \to 2) = (3 \to 2)$

$(3 \to 3) \circ (3 \to 3) = (3 \to 3)$, indem man sie entsprechend ihrer Codomäne C = b mit dem entsprechenden identitiven Morphismus (b.b) ($b \in \{1, 2, 3\}$) multipliziert. Weitere Untersuchungen sind dringend nötig.

Literatur

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories, part I. In: Reports of the Midwest Category Seminar, Lecture Notes in Mathematics 47, 1967, S. 1-77

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Ein neuer kurzer Blick auf die Zeichengenese

1. Wie jedermann weiss, unterscheidet sich eine Menge von ihrer Potenzmenge vor allem dadurch, dass die leere Menge Element jeder Potenzmenge ist. Gehen wir also aus von der triadischen Peirceschen Zeichenrelation

$ZR = (M, O, I)$

und bilden die Potenzmenge, dann erhalten wir

$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{M, I\}, \{O, I\}, \{M, O, I\}, \emptyset\}$

Sämtliche übrigen Elemente, d.h. Mengen der Potenzmenge sind in der Semiotik zuvor definiert worden, wobei {M} das Mittel-Repertoire, {O} der Objektbereich und {I} das Interpretantenfeld ist, gefolgt von den semiotischen Funktionen und der vollständigen triadischen Zeichenrelation. Auf diese Weise erhalten wir also als neue Partialrelation das Nullzeichen und dementsprechend eine tetradisch-trichotomische Zeichenrelation als Erweiterung der Peirceschen Zeichenrelation

$ZR+ = (M, O, I, \emptyset)$.

2. Nach Toth (2008b, S. 71 ff.) folgt für die Zuordnung von epistemisch-logischen Kategorien zu den semiotischen Fundamentalkategorien:

$M \leftrightarrow$ subjektives Objekt (sO)

$O \leftrightarrow$ objektes Objekt (oO)

$I \leftrightarrow$ subjektives Subjekt (sS)

$\emptyset \leftrightarrow$ objektives Subjekt (oS)

Während die Zuordnung von O und von I klar sein dürfte, bedürfen die beiden anderen einer kurzen Erklärung. M ist subjektives Objekt, weil M zwar als Objekt der ontologischen Welt angehört, gleichzeitig aber bereits das Selektionsprodukt eines Subjektes ist – nämlich um als Zeichenträger zu dienen. M vereinigt somit primär objektive und sekundär subjektive Eigenschaften. Für $\emptyset$ ergibt aus rein strukturellen bzw. systematischen Gründen die letzte logische Kategorie, nämlich die des objektiven Subjekts. In dieser Hinsicht sind die Ausführungen in Toth (2008a, S. 63 ff.) zu korrigieren.

3. Aus den bisherigen Überlegungen ergibt sich bereits ein gegenüber mehreren früheren Versuchen markant abweichendes Modell der Semiose oder Zeichengenese, insofern bei einem Zeichenprozess ein Subjekt ein Objekt wählt, um daraus ein Mittel zu bilden:

$$\begin{array}{llllll} sS & \searrow & & & I & \searrow & \\ \downarrow & & sO & \equiv & \downarrow & & M \\ oO & \nearrow & & & O & \nearrow & \end{array}$$

Da das objektive Subjekt durch Dualisation aus dem subjektiven Objekt entsteht

$\times(sO) = oS$,

ergibt sich aber zusätzlich zum obigen Semiosemodell noch ein spiegelbildliches

$$\begin{array}{lllll} sS & \searrow & & \swarrow & sS \\ \downarrow & & \boxed{sO \quad \equiv \quad oS} & & \downarrow \\ oO & \nearrow & & \nwarrow & oO, \end{array}$$

Das objektive Subjekt ist also sozusagen eine negative Kopie (Negativ) des subjektiven Objekts, und erst der Austausch beider Hauptkategorien, des Subjekts und des Objektes, erlaubt ja die Einführung eines Zeichens mit dem Zwecke, „die Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein" (Bense 1975, S. 16) zu überbrücken.

Rein formal haben wir also

$M_{\rightarrow c} \rightleftarrows \varnothing_{\rightarrow d} \Rightarrow$

$M_{c \rightarrow \varnothing} \rightleftarrows \varnothing_{\varnothing \rightarrow d} \quad \Rightarrow$ (Absorption von d durch $\varnothing$)

$M_{\rightarrow \varnothing} \times \varnothing_{\rightarrow M}$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer objektiven Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008b)

Zeichengenese und Kenoebene

1. Ein ungelöstes Problem im Verhältnis von Semiotik und Kenogrammatik, wozu man Kronthaler (1992) studiere, betrifft die Frage, wie der Beginn einer Semiose, an der ja ein reales, substantielles Objekt steht, mit der polykontexturalen Ontologie zu vereinbaren sei, die ja ausschliesslich aus Kenogrammen, also Leerplätzen, sowie ihren Kombinationen, den Morphogrammen besteht.

2. In Toth (2009) sind ausgegangen von der um das Nullzeichen erweiterten Peirceschen Zeichenrelation

$ZR+ = (M, O, I, \varnothing)$.

und dem folgenden Zuordnungsschema von epistemisch-logischen Kategorien zu den semiotischen Fundamentalkategorien:

$M \leftrightarrow$ subjektives Objekt (sO)

$O \leftrightarrow$ objektes Objekt (oO)

$I \leftrightarrow$ subjektives Subjekt (sS)

$\varnothing \leftrightarrow$ objektives Subjekt (oS).

Dies führte uns zu einem verdoppelten Semiosemodell, deren Teile zueinander spiegelinvers sind:

$$\begin{array}{ccccc} sS & \searrow & & \swarrow & sS \\ \downarrow & & \boxed{sO \quad \equiv \quad oS} & & \downarrow \\ oO & \nearrow & & \nwarrow & oO, \end{array}$$

3. Linearisiert man nun dieses verdoppelte Semiosemodell, so erhält man

$\varnothing.d \rightarrow 1.c \rightarrow 2.b \rightarrow 3.a$

bzw.

$oS \rightarrow sO \rightarrow oO \rightarrow sS$, d.h. nicht, wie vom herkömmlichen Semiosemodell zu erwarten, wonach ein Objekt durch „Metaobjektivierung“ in ein Zeichen transformiert wird (Bense 1967, S. 9), ein Objekt im Sinne eines objektiven Objekts, sondern ein objektive Subjekt steht am Anfang der Semiose, das zuerst durch Dualisation

$\times(oS\ ) = sO$

in ein Mittel verwandelt wird. Dieses Mittel wird dann einem Objekt durch ein Subjekt (Zeichensetzer, Bewusstsein) zugeordnet bzw. durch eine soziale Gemeinschaft konventionalisiert.

Das bedeutet also, dass am Beginn der Semiose, dort, wo auf die Semiotik „von unten“ die Kenogrammatik stösst, sich ein objektives Subjekt befindet, das selber ein Nullzeichen ist und in den beiden dualen Formen

$\varnothing_{\to A} \times A_{\to \varnothing}$

erscheint. Als Nullzeichen ist es selbstverständlich substanzlos wie das Kenogramm und wie dieses nicht durch Materialkonstanz, sondern durch Strukturkonstanz ($\varnothing_{\to 1}$, $\varnothing_{\to 2}$, $\varnothing_{\to 3}$; $A_{\to 1}$, $A_{\to 2}$, $A_{\to 3}$} gekennzeichnet. Selbstverständlich gibt es wie für das Kenogramm auch für die Stufe des Nullzeichens noch keine Objekttranszendenz. Da die (nach Abschluss der Semiose) „fertigen“ Zeichen mit den ersten drei Gliedern der Peanozahlen isomorph sind (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.), muss das Nullzeichen den Tritozahlen als dem höchsten polykontexturalen Zahlensystem korrespondieren. Es ist also wohl kein Zufall, dass die 15 möglichen tetradischen Zeichenklassen über ZR+ = (M, O, I, $\varnothing$) genau der Anzahl der 15 Trito-Zahlen der Kontextur T4 korrespondieren (vgl. Toth 2003, S. 34). Daraus folgt ferner, dass der Übergang von den polykontexturalen Zahlensystemen zum monokontexturalen Zahlensystem der Peanozahlen im markierten Bereich der folgenden Figur stattfindet:

∅.d	→	1.c	→	2.b	→	3.a
oS	→	sO	→	oO	→	sS

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Ein neuer kurzer Blick auf die Zeichengenese. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die Zyklizität von Zeichen und Spuren

1. Eine Zeichenrelation kann entweder in ihrer allgemeinen Form

$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

oder in ihrer kategorialen Form

$ZR = [[3.2], [a.b], [[2.1], [b.c]],$

nach ihrer Rückführung auf die allgemeine Form, auf die Isomorphieklasse ihrer Spuren abgebildet werden:

$ZR \rightarrow SR = (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$.

Wie aus Toth (2009b) hervorgeht, ist die Isomorphieklasse einer Spurenklasse immer das ganze System der Peirceschen Zeichenklassen, aufgefasst als Menge von drei Intervallklassen entsprechend den drei Hauptbezügen des Zeichens.

2. Seien A, B, C paarweise verschiedene Werte, sog. triadische Hauptwerte, und a, b, c paarweise verschiedene Werte, sog. trichotomische Stellenwerte, dann gibt es vier Möglichkeiten zur formalen Darstellung einer Spur:

1. $OR_{sp} = (A_{\rightarrow a}, B_{\rightarrow b}, C_{\rightarrow c})$

2. $\text{Bi-}OR_{sp} = (A_{a \rightarrow a}, B_{b\rightarrow b}, C_{c\rightarrow c})$

3. $Sp_{OR} = (_{\rightarrow a}, _{\rightarrow b}, _{\rightarrow c}) \equiv (\rightarrow a_A, \rightarrow b_B, \rightarrow c_C)$

4. $\text{Bi-}Sp_{OR} = (\rightarrow a_A, \rightarrow b_B, \rightarrow c_C) \equiv (a \rightarrow a_A, b \rightarrow b_B, c \rightarrow c_C)$,

d.h. auf zwei verschieden stark reduzierte Weisen entweder auf Spuren oder als Bispuren (vgl. Toth 2009a). Da die Bi-Spuren allgemeiner sind als die „gewöhnlichen“ Spuren – sie sind nämlich mit den Nullzeichen kompatibel -, ergibt sich als Reduktionsschema einer Zeichen- oder Objektklasse auf ihre Spuren das folgende Schema:

$(A.a\ B.b\ C.c)$

$\downarrow$

$(A_{\to a}, B_{\to b}, C_{\to c})$

$\downarrow$

$(A_{a \to a}, B_{b \to b}, C_{c \to c})$

$\downarrow$

$(\to a_A, \to b_B, \to c_C)$

$\downarrow$

$(a \to a_A, b \to b_B, c \to c_C)$

Umgekehrt kann man aber das folgende Gesetz zur Vereinfachung von Bi-Spuren verwenden

$(A \to B) \circ (B \to B) = (A \to B)$,

d.h. $(A \to B) \circ id_B$,

und erhält so

$(\to a_A, \to b_B, \to c_C)$

bzw.

$(A_{\to a}, B_{\to b}, C_{\to c}$

und hieraus

$(A.a\ B.b\ C.c)$,

allerdings mit der Einschränkung, dass Spuren über Intervallen von Subzeichen definiert sind. Die Relation zwischen Reduktion von Zeichen oder Objekten auf Spuren und Produktion von Zeichen oder Objekten aus Spuren ist somit zyklisch, aber trotzdem ist sozusagen der Weg hin und zurück nicht derselbe, denn der Hauptzyklus ist eingebettet in Nebenzyklen, die sich wiederum dadurch ergeben, dass die Spuren über Intervallen von Subzeichen definiert sind.

Literatur

Toth, Alfred, Eine einheitliche Begründung der Semiotik auf der Basis von Bi-Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Zeichengenese und Kenoebene. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Das maximale 3-adisch 4-kontexturale semiotische Spurensystem

Der vorliegende Aufsatz beruht auf Kap. 3 meines Buches „The Trip into the Light“ (Toth 2008) und bringt das maximale permutative semiotische System (vgl. Toth 2008a, S. 177 ff.), basierend auf der triadischen Peirceschen Zeichenklasse, d.h. ohne ihre Erweiterung durch Nullzeichen (vgl. Toth 2009a, b), und zwar in 4 semiotischen Kontexturen (vgl. Kaehr 2008), und zwar deswegen, weil es das extensivste, komplexeste und operabelste unter den bisher bekannten semiotischen Systemen darstellt. Um die charakteristischen „Stufenbauten“ nicht zu zerstören, folgt der technische Teil, trotz dem Preis schwerer Lesbarkeit, in kleinerem Druck.

1. Permutation der Zeichenklassen

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$
$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$
$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$
$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$
$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$
$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$
$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$
$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$
$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$
$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

2. Permutation der Zeichenklassen

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$
$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$
$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik})$
$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik})$
$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$
$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki})$
$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$
$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{kij\ i}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki}(2\rightarrow b)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})$ $((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

3. Permutation der Zeichenklassen

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$ $((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$		
$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$	
$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$	$((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$	$((2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$		
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$	
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jik})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$	$((2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$		
$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})$	
$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$	$((2\rightarrow b)_{k}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji\ ij})$	$((2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$		
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$	
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jik})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki})$		
$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$	
$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$	$((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$	$((2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij\ i}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$		
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$	
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{jki})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{jki})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{jki})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kij})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kij})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kij})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kji})$

$((2 \rightarrow b)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{jki})$		
$((2 \rightarrow b)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kij})$	$((2 \rightarrow b)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kij})$	
$((2 \rightarrow b)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kji})$

4. Permutation der Zeichenklassen

$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{ijk}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$		
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{ikj}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (1 \rightarrow c)_{ikj}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{jik}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (1 \rightarrow c)_{jik}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (1 \rightarrow c)_{ji}\ (3 \rightarrow a)_{ijk\ k})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (1 \rightarrow c)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (1 \rightarrow c)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (1 \rightarrow c)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (1 \rightarrow c)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$
$((2 \rightarrow b)_{jki}\ (1 \rightarrow c)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$		
$((2 \rightarrow b)_{jki}\ (1 \rightarrow c)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{kij}\ (1 \rightarrow c)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	
$((2 \rightarrow b)_{jki}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{kij}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$	$((2 \rightarrow b)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ijk})$

$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{ijk}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$		
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{ikj}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (1 \rightarrow c)_{ikj}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{jik}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (1 \rightarrow c)_{jik}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (1 \rightarrow c)_{jik}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (1 \rightarrow c)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (1 \rightarrow c)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (1 \rightarrow c)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (1 \rightarrow c)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk}\ (1 \rightarrow c)\ (3 \rightarrow a)_{ikj\ kji})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{jik}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$

$((2 \rightarrow b)_{jki}\ (1 \rightarrow c)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$		
$((2 \rightarrow b)_{jki}\ (1 \rightarrow c)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{kij}\ (1 \rightarrow c)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	
$((2 \rightarrow b)_{jki}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{kij}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$	$((2 \rightarrow b)_{kji}\ (1 \rightarrow c)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{ikj})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jik})$		
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jik})$	
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jik})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)\ (3\rightarrow a)_{jik\ jki})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{j}\ (3\rightarrow a)_{jik\ ki})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)\ (3\rightarrow a)_{jik\ kij})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)\ (3\rightarrow a)_{jik\ kij})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{ki}\ (3\rightarrow a)_{jik\ j})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)\ (3\rightarrow a)_{jik\ kji})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jik})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jik})$		
$((2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jik})$	
$((2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jik})$	$((2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jik})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki})$		
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jki})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki})$		
$((2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	
$((2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jki})$	$((2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})$		
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})$	
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij})$	$((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((2 \rightarrow b)_{jki} (1 \rightarrow c)_{jki} (3 \rightarrow a)_{kij})$		
$((2 \rightarrow b)_{jki} (1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{kij})$	$((2 \rightarrow b)_{kij} (1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{kij})$	
$((2 \rightarrow b)_{jki} (1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{kij})$	$((2 \rightarrow b)_{kij} (1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{kij})$	$((2 \rightarrow b)_{kji} (1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{kij})$

$((2 \rightarrow b)_{ijk} (1 \rightarrow c)_{ijk} (3 \rightarrow a)_{kji})$		
$((2 \rightarrow b)_{ijk} (1 \rightarrow c)_{ikj} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj} (1 \rightarrow c)_{ikj} (3 \rightarrow a)_{kji})$	
$((2 \rightarrow b)_{ijk} (1 \rightarrow c)_{jik} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj} (1 \rightarrow c)_{jik} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{jik} (1 \rightarrow c)_{jik} (3 \rightarrow a)_{kji})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk} (1 \rightarrow c)_{jki} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj} (1 \rightarrow c)_{jki} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{jik} (1 \rightarrow c)_{jki} (3 \rightarrow a)_{kji})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk} (1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj} (1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{jik} (1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{kji})$
$((2 \rightarrow b)_{ijk} (1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{ikj} (1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{jik} (1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{kji})$

$((2 \rightarrow b)_{jki} (1 \rightarrow c)_{jki} (3 \rightarrow a)_{kji})$		
$((2 \rightarrow b)_{jki} (1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{kij} (1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{kji})$	
$((2 \rightarrow b)_{jki} (1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{kij} (1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{kji})$	$((2 \rightarrow b)_{kji} (1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{kji})$

5. Permutation der Zeichenklassen

$((1 \rightarrow c)_{ijk} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ijk})$		
$((1 \rightarrow c)_{ikj} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ijk})$	$((1 \rightarrow c)_{ikj} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ikj})$	
$((1 \rightarrow c)_{jik} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ijk})$	$((1 \rightarrow c)_{jik} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ikj})$	$((1 \rightarrow c)_{jik} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{jik})$
$((1 \rightarrow c)_{jki} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ijk})$	$((1 \rightarrow c)_{jki} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ikj})$	$((1 \rightarrow c)_{jki} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{jik})$
$((1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ijk})$	$((1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ikj})$	$((1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{jik})$
$((1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ijk})$	$((1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{ikj})$	$((1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{jik})$

$((1 \rightarrow c)_{jki} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{jki})$		
$((1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{jki})$	$((1 \rightarrow c)_{kij} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{kij})$	
$((1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{jki})$	$((1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{kij})$	$((1 \rightarrow c)_{kji} (3 \rightarrow a)_{ijk} (2 \rightarrow b)_{kji})$

$((1 \rightarrow c)_{ijk} (3 \rightarrow a)_{ikj} (2 \rightarrow b)_{ijk})$		
$((1 \rightarrow c)_{ikj} (3 \rightarrow a)_{ikj} (2 \rightarrow b)_{ijk})$	$((1 \rightarrow c)_{ikj} (3 \rightarrow a)_{ikj} (2 \rightarrow b)_{ikj})$	

$((1\rightarrow c)_{jik}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{jik}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{jik}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{jik})$
$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{jik})$
$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{jik})$
$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{jki})$		
$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{i}\,(2\rightarrow b)_{jki\ kj})$	$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{kij})$	
$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{jki})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{kij})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{ikj}\,(2\rightarrow b)_{kji})$
$((1\rightarrow c)_{ijk}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$		
$((1\rightarrow c)_{ikj}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{ikj}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	
$((1\rightarrow c)_{jik}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{jik}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{jik}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{jik})$
$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{j\,ki}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{jik})$
$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{ki\,j}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{jik})$
$((2\rightarrow b)_{ijk}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(1\rightarrow c)_{kji})$	$((2\rightarrow b)_{ikj}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(1\rightarrow c)_{kji})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{jki})$		
$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{jki})$	$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{kij})$	
$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{jki})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{kij})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{jik}\,(2\rightarrow b)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{ijk}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$		
$((1\rightarrow c)_{ikj}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{ikj}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	
$((1\rightarrow c)_{jik}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{jik}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{jik}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{jik})$
$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{jik})$
$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{jik})$
$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ijk})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{ikj})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{jki})$		
$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{jki})$	$((1\rightarrow c)_{kij}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{kij})$	
$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{jki})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{kij})$	$((1\rightarrow c)_{kji}\,(3\rightarrow a)_{jki}\,(2\rightarrow b)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

6. Permutation der Zeichenklassen

$((1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{ijk})$		
$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{ijk})$	$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{ijk})$	
$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{ijk})$	$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{ijk})$	$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kji}\ (3\to a)_{ijk})$

$((1\to c)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})$		
$((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})$	
$((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})$
$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})$
$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})$
$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{ikj})$		
$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{ikj})$	
$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{ikj})$	$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kji}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik})$		
$((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik})$	$((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik})$	
$((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik})$	$((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik})$	$((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik})$
$((1\to c)\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik\ jki})$	$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik})$	$((1\to c)_{j}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik\ ki})$
$((1\to c)\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik\ kij})$	$((1\to c)\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik\ kij})$	$((1\to c)_{ki}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik\ j})$
$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)\ (3\to a)_{jik\ kji})$	$((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik})$	$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jik})$		
$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jik})$	$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{jik})$	
$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jik})$	$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{jik})$	$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kji}\ (3\to a)_{jik})$

$((1\to c)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki})$		
$((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki})$	$((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jki})$	

$((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jki})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})$ $((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji})$ $((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji})$ $((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji})$ $((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji})$ $((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1 \rightarrow c)_{kji}\ (2 \rightarrow b)_{jki}\ (3 \rightarrow a)_{kji})$ $((1 \rightarrow c)_{kji}\ (2 \rightarrow b)_{kij}\ (3 \rightarrow a)_{kji})$ $((1 \rightarrow c)_{kji}\ (2 \rightarrow b)_{kji}\ (3 \rightarrow a)_{kji})$

7. Permutation der Realitätsthematiken

$((c \rightarrow 1)_{kji}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((c \rightarrow 1)_{jki}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{jki}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$ $((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((c \rightarrow 1)_{kji}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$

$((c \rightarrow 1)_{jki}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{jki}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$

$((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$

$((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$

$((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$

$((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$

$((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$

$((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$

$((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$ $((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$

$((c \rightarrow 1)_{kji}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kij})$

$((c \rightarrow 1)_{jki}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kij})$ $((c \rightarrow 1)_{jki}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kij})$

$((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kij})$ $((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kij})$ $((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kij})$

$((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kij})$ $((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kij})$ $((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik}(a\rightarrow 3)_{kij})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\,(b\rightarrow 2)_{kji}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{jki}\,(b\rightarrow 2)_{jki}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{kij}\,(b\rightarrow 2)_{kji}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\,(b\rightarrow 2)_{jki}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\,(b\rightarrow 2)_{kij}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\,(b\rightarrow 2)_{kji}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\,(b\rightarrow 2)_{jki}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\,(b\rightarrow 2)_{kij}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\,(b\rightarrow 2)_{kji}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\,(b\rightarrow 2)_{jki}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\,(b\rightarrow 2)_{kij}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\,(b\rightarrow 2)_{kji}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\,(b\rightarrow 2)_{jki}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\,(b\rightarrow 2)_{kij}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\,(b\rightarrow 2)_{ikj}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\,(b\rightarrow 2)_{ikj}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\,(b\rightarrow 2)_{jik}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\,(b\rightarrow 2)_{ikj}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\,(b\rightarrow 2)_{jik}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\,(b\rightarrow 2)_{ijk}\,(a\rightarrow 3)_{ijk})$

8. Permutation der Realitätsthematiken

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{kji}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{jki}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{jki}\,(c\rightarrow 1)_{jki}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{kij}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{jki}\,(c\rightarrow 1)_{kij}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{kij}\,(c\rightarrow 1)_{kij}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{ikj}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{jki}\,(c\rightarrow 1)_{ikj}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{kij}\,(c\rightarrow 1)_{ikj}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{jik}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{jki}\,(c\rightarrow 1)_{jik}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{kij}\,(c\rightarrow 1)_{jik}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{ijk}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{jki}\,(c\rightarrow 1)_{ijk}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{kij}\,(c\rightarrow 1)_{ijk}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\,(c\rightarrow 1)_{ikj}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\,(c\rightarrow 1)_{jik}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{jik}\,(c\rightarrow 1)_{jik}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\,(c\rightarrow 1)_{ijk}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{jik}\,(c\rightarrow 1)_{ijk}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$ $((b\rightarrow 2)_{ijk}\,(c\rightarrow 1)_{ijk}\,(a\rightarrow 3)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{kji}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{jki}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$ $((b\rightarrow 2)_{jki}\,(c\rightarrow 1)_{jki}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{kij}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$ $((b\rightarrow 2)_{jki}\,(c\rightarrow 1)_{kij}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$ $((b\rightarrow 2)_{kij}\,(c\rightarrow 1)_{kij}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{ikj}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$ $((b\rightarrow 2)_{jki}\,(c\rightarrow 1)_{ikj}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$ $((b\rightarrow 2)_{kij}\,(c\rightarrow 1)_{ikj}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{jik}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$ $((b\rightarrow 2)_{jki}\,(c\rightarrow 1)_{jik}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$ $((b\rightarrow 2)_{kij}\,(c\rightarrow 1)_{jik}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\,(c\rightarrow 1)_{ijk}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$ $((b\rightarrow 2)_{jki}\,(c\rightarrow 1)_{ijk}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$ $((b\rightarrow 2)_{kij}\,(c\rightarrow 1)_{ijk}\,(a\rightarrow 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ikj}\,(a\to 3)_{jki})$		
$((b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{jki})$	$((b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{jki})$	
$((b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{jki})$	$((b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{jki})$	$((b\to 2)_{ijk}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kji}\,(a\to 3)_{kij})$		
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{jki}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{jki}\,(a\to 3)_{kij})$	
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kij}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{kij}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{kij}\,(a\to 3)_{kij})$
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{ikj}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{ikj}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{ikj}\,(a\to 3)_{kij})$
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{kij})$
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ikj}\,(a\to 3)_{kij})$		
$((b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{kij})$	
$((b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{kij})$	$((b\to 2)_{ijk}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kji}\,(a\to 3)_{ikj})$		
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{jki}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{jki}\,(a\to 3)_{ikj})$	
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kij}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{kij}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{kij}\,(a\to 3)_{ikj})$
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{ikj}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{ikj}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{ikj}\,(a\to 3)_{ikj})$
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{ikj})$
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ikj}\,(a\to 3)_{ikj})$		
$((b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{jik}\,(a\to 3)_{ikj})$	
$((b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{ikj})$	$((b\to 2)_{ijk}\,(c\to 1)_{ijk}\,(a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kji}\,(a\to 3)_{jik})$		
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{jki}\,(a\to 3)_{jik})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{jki}\,(a\to 3)_{jik})$	
$((b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kij}\,(a\to 3)_{jik})$	$((b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{kij}\,(a\to 3)_{jik})$	$((b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{kij}\,(a\to 3)_{jik})$

$((b\to2)_{kji}\ (c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{jik})$ $((b\to2)_{jki}\ (c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{jik})$ $((b\to2)_{kij}\ (c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{jik})$

$((b\to2)_{kji}\ (c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{jik})$ $((b\to2)_{jki}\ (c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{jik})$ $((b\to2)_{kij}\ (c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{jik})$

$((b\to2)_{kji}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{jik})$ $((b\to2)_{jki}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{jik})$ $((b\to2)_{kij}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{jik})$

$((b\to2)_{ikj}\ (c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{jik})$

$((b\to2)_{ikj}\ (c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{jik})$ $((b\to2)_{jik}\ (c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{jik})$

$((b\to2)_{ikj}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{jik})$ $((b\to2)_{jik}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{jik})$ $((b\to2)_{ijk}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{jik})$

$((b\to2)_{kji}\ (c\to1)_{kji}\ (a\to3)_{ijk})$

$((b\to2)_{kji}\ (c\to1)_{jki}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{jki}\ (c\to1)_{jki}\ (a\to3)_{ijk})$

$((b\to2)_{kji}\ (c\to1)_{kij}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{jki}\ (c\to1)_{kij}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{kij}\ (c\to1)_{kij}\ (a\to3)_{ijk})$

$((b\to2)_{kji}\ (c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{jki}\ (c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{kij}\ (c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{ijk})$

$((b\to2)_{kji}\ (c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{jki}\ (c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{kij}\ (c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{ijk})$

$((b\to2)_{kji}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{jki}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{kij}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{ijk})$

$((b\to2)_{ikj}\ (c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{ijk})$

$((b\to2)_{ikj}\ (c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{jik}\ (c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{ijk})$

$((b\to2)_{ikj}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{jik}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{ijk})$ $((b\to2)_{ijk}\ (c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{ijk})$

9. Permutation der Realitätsthematiken

$((c\to1)_{kji}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{kji})$

$((c\to1)_{jki}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{kji})$ $((c\to1)_{jki}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{jki})$

$((c\to1)_{kij}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{kji})$ $((c\to1)_{kij}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{jki})$ $((c\to1)_{kij}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{kij})$

$((c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{kji})$ $((c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{jki})$ $((c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{kij})$

$((c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{kji})$ $((c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{jki})$ $((c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{kij})$

$((c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{kji})$ $((c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{jki})$ $((c\to1)_{ijk}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{kij})$

$((c\to1)_{ikj}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{ikj})$

$((c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{ikj})$ $((c\to1)_{jik}\ (a\to3)_{kji}\ (b\to2)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}(b\rightarrow 2)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$ $((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

10. Permutation der Realitätsthematiken

$((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$ $((a\rightarrow 3)_{kji}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$ $((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$ $((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$ $((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$ $((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}(b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$ $((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$ $((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{ikj} (b \rightarrow 2)_{kji})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{ikj} (b \rightarrow 2)_{jki})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{ikj} (b \rightarrow 2)_{kij})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{jik} (b \rightarrow 2)_{kji})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{jik} (b \rightarrow 2)_{jki})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{jik} (b \rightarrow 2)_{kij})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{ijk} (b \rightarrow 2)_{kji})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{ijk} (b \rightarrow 2)_{jki})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{ijk} (b \rightarrow 2)_{kij})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{ikj} (b \rightarrow 2)_{ikj})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{jik} (b \rightarrow 2)_{ikj})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{jik} (b \rightarrow 2)_{jik})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{ijk} (b \rightarrow 2)_{ikj})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{ijk} (b \rightarrow 2)_{jik})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk} (c \rightarrow 1)_{ijk} (b \rightarrow 2)_{ijk})$

11. Permutation der Realitätsthematiken

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{jki})$ $((b \rightarrow 2)_{jki} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{jki})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((b \rightarrow 2)_{jki} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((b \rightarrow 2)_{kij} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{kij})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((b \rightarrow 2)_{jki} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((b \rightarrow 2)_{kij} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{jki} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{kij} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{jki} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{kij} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{jik} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{jik} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{ijk} (a \rightarrow 3)_{kji} (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{jki})$ $((b \rightarrow 2)_{jki} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{jki})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((b \rightarrow 2)_{jki} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((b \rightarrow 2)_{kij} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{kij})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((b \rightarrow 2)_{jki} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((b \rightarrow 2)_{kij} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{jki} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{kij} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((b \rightarrow 2)_{kji} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{jki} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{kij} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{jik} (a \rightarrow 3)_{jki} (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kji})$		
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jki})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jki})$	
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$
$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$		
$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$	$((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$	
$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$	$((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kji})$		
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jki})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jki})$	
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$
$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$		
$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$	$((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$	
$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kji})$		
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jki})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jki})$	
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$
$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$	$((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (a\to 3)_{jik}\ (c\to 1)_{ikj})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (a\to 3)_{jik}\ (c\to 1)_{jik})$ $((b\to 2)_{jik}\ (a\to 3)_{jik}\ (c\to 1)_{jik})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (a\to 3)_{jik}\ (c\to 1)_{ijk})$ $((b\to 2)_{jik}\ (a\to 3)_{jik}\ (c\to 1)_{ijk})$ $((b\to 2)_{ijk}\ (a\to 3)_{jik}\ (c\to 1)_{ijk})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{kji})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jki})$ $((b\to 2)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jki})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{kij})$ $((b\to 2)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{kij})$ $((b\to 2)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{kij})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ikj})$ $((b\to 2)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ikj})$ $((b\to 2)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ikj})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jik})$ $((b\to 2)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jik})$ $((b\to 2)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jik})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})$ $((b\to 2)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})$ $((b\to 2)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ikj})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jik})$ $((b\to 2)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jik})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})$ $((b\to 2)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})$ $((b\to 2)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})$

12. Permutation der Realitätsthematiken

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kji})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jki})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jki})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kij})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{kij})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{kij})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ikj})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ikj})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jik})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jik})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{jik})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}(c\to 1)_{ijk})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ijk})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ijk})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ikj})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{jik})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{jik})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ijk})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{ijk})$ $((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})$

$((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kji})$

$((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jki})$ $((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jki})$

$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kij})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{kij})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{kij})$
$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{ikj})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{ikj})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{ikj})$
$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{jik})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{jik})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{jik})$
$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{ijk})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{ijk})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{ijk})$

$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ikj})$		
$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{jik})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{jik})$	
$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ijk})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{ijk})$	$((a\to 3)_{jki}\,(b\to 2)_{ijk}\,(c\to 1)_{ijk})$

$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kji})$		
$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{jki})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{jki})$	
$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kij})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{kij})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{kij})$
$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kij})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{ikj})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{ikj})$
$((a\to 3)_{jik}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kij})$	$((a\to 3)_{jik}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{kij})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{jik})$
$((a\to 3)_{ijk}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kij})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{ijk})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{ijk})$

$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ikj})$		
$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{jik})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{jik})$	
$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ijk})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{ijk})$	$((a\to 3)_{kij}\,(b\to 2)_{ijk}\,(c\to 1)_{ijk})$

$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kji})$		
$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{jki})$	$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{jki})$	
$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{kij})$	$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{kij})$	$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{kij})$
$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{ikj})$	$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{ikj})$	$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{ikj})$
$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{jik})$	$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{jik})$	$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{jik})$
$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kji}\,(c\to 1)_{ijk})$	$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{jki}\,(c\to 1)_{ijk})$	$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{kij}\,(c\to 1)_{ijk})$

$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{ikj})$		
$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{ikj}\,(c\to 1)_{jik})$	$((a\to 3)_{ikj}\,(b\to 2)_{jik}\,(c\to 1)_{jik})$	

$((a \to 3)_{ikj}\ (b \to 2)_{ikj}\ (c \to 1)_{ijk})$ $((a \to 3)_{ikj}\ (b \to 2)_{jik}\ (c \to 1)_{ijk})$ $((a \to 3)_{ikj}\ (b \to 2)_{ijk}\ (c \to 1)_{ijk})$

$((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{kji})$

$((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{jki})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{jki}\ (c \to 1)_{jki})$

$((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{kij})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{jki}\ (c \to 1)_{kij})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{kij}\ (c \to 1)_{kij})$

$((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{ikj})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{jki}\ (c \to 1)_{ikj})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{kij}\ (c \to 1)_{ikj})$

$((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{jik})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{jki}\ (c \to 1)_{jik})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{kij}\ (c \to 1)_{jik})$

$((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{ijk})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{jki}\ (c \to 1)_{ijk})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{kij}\ (c \to 1)_{ijk})$

$((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{ikj}\ (c \to 1)_{ikj})$

$((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{ikj}\ (c \to 1)_{jik})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{jik}\ (c \to 1)_{jik})$

$((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{ikj}\ (c \to 1)_{ijk})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{jik}\ (c \to 1)_{ijk})$ $((a \to 3)_{jik}\ (b \to 2)_{ijk}\ (c \to 1)_{ijk})$

$((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{kji})$

$((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{jki})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{jki}\ (c \to 1)_{jki})$

$((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{kij})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{jki}\ (c \to 1)_{kij})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{kij}\ (c \to 1)_{kij})$

$((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{ikj})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{jki}\ (c \to 1)_{ikj})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{kij}\ (c \to 1)_{ikj})$

$((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{jik})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{jki}\ (c \to 1)_{jik})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{kij}\ (c \to 1)_{jik})$

$((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{kji}\ (c \to 1)_{ijk})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{jki}\ (c \to 1)_{ijk})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{kij}\ (c \to 1)_{ijk})$

$((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{ikj}\ (c \to 1)_{ikj})$

$((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{ikj}\ (c \to 1)_{jik})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{jik}\ (c \to 1)_{jik})$

$((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{ikj}\ (c \to 1)_{ijk})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{jik}\ (c \to 1)_{ijk})$ $((a \to 3)_{ijk}\ (b \to 2)_{ijk}\ (c \to 1)_{ijk})$

Literatur

Kaehr, Rudolf, Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://rudys-diamondstrategies.blogspot.com/2008/12/diamond-semiotics.html (2008)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (Toth 2008a)

Toth, Alfred, The Trip into the Light. Klagenfurt 2008 (Toth 2008b)

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Nullzeichen in semiotischen Termen mit variablen Domänen und Codomänen sowie invertierbaren Abbildungen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Spur, Bi-Spur und Dualisation

1. Wie in Toth (2009a, b) gezeigt wurde, können Spuren einerseits dadurch verallgemeinert werden, dass sie als Bi-Spuren eingeführt werden, anderseits gibt es zwei verschiedene allgemeine Darstellungsmöglichkeiten sowohl für Spuren als auch für Bi-Spuren:

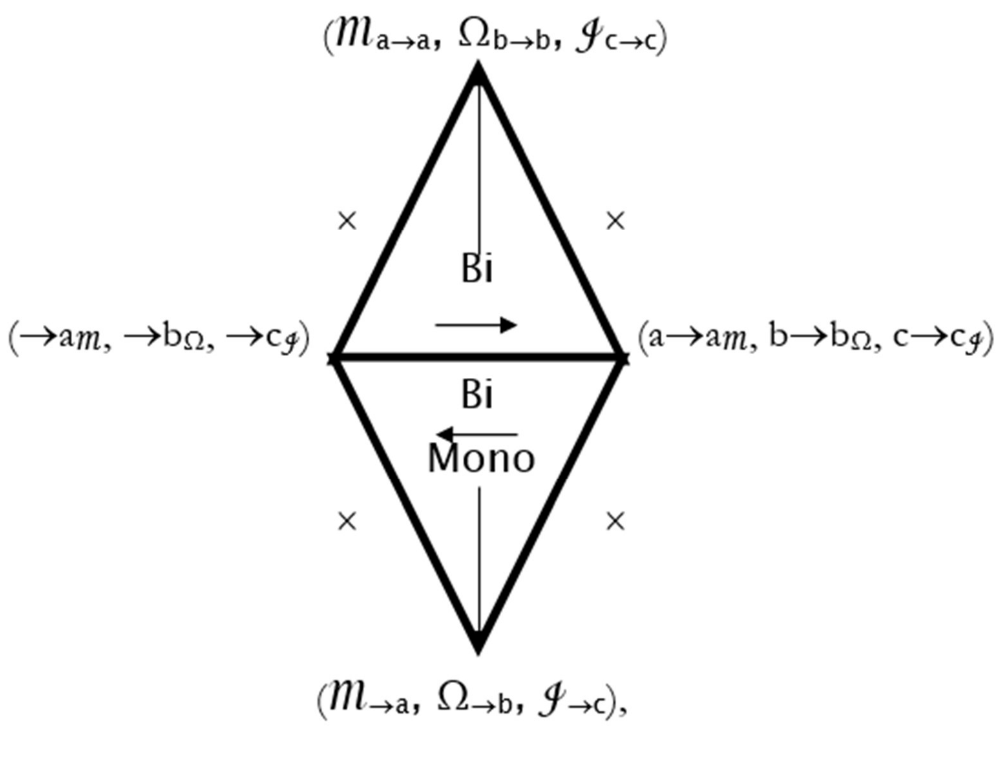
1.1. Spur = $(\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{I}_{\rightarrow c})$

1.2. Bi-Spur = $(\mathcal{M}_{a\rightarrow a}, \Omega_{b\rightarrow b}, \mathcal{I}_{c\rightarrow c})$

1.3. duale Spur = $(\rightarrow a_{\mathcal{M}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{I}})$

1.4. duale Bi-Spur = $(a\rightarrow a_{\mathcal{M}}, b\rightarrow b_{\Omega}, c\rightarrow c_{\mathcal{I}})$

2. Nachdem es sich gezeigt hat, dass die Einführung des Diamantenmodells für die Semiotik zu überraschenden neuen Einsichten führt (vgl. Toth 2008, S. 177 ff., Kaehr 2008a, b), wird hier ergänzend die semiotischen Basiskonzeption der Spur in ihrer vierfachen Ausprägung aus semiotisch-spurentheoretischer Diamant dargestellt:



d.h. von unten nach oben sowie von links nachs Rechts werden Spuren in allgemeinere Bi-Spuren transformiert. Entlang der Seiten des Rhombus bzw. Diamanten findet Dualisation statt.

3. Seien nun $\mathcal{M} = \varnothing_{\mathcal{M}}$, $\Omega = \varnothing_{\Omega}$ und $\mathcal{I} = \varnothing_{\mathcal{I}}$, dann haben wir

3.1. Spur = $(\varnothing_{\rightarrow a}, \varnothing_{\rightarrow b}, \varnothing_{\rightarrow c})$

3.2. Bi-Spur = $(\varnothing_{a\rightarrow a}, \varnothing_{b\rightarrow b}, \varnothing_{c\rightarrow c})$

3.3. duale Spur = $(\rightarrow\varnothing_{\mathcal{M}}, \rightarrow\varnothing_{\Omega}, \rightarrow\varnothing_{\mathcal{I}})$

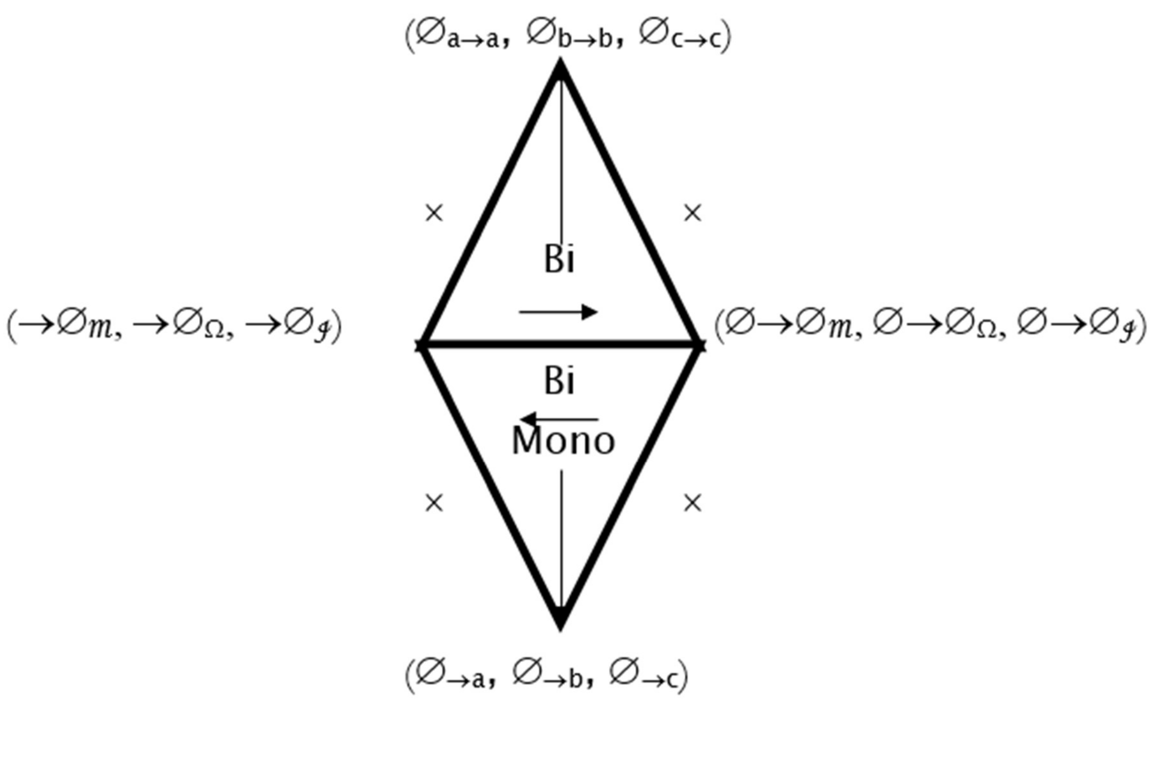
3.4. duale Bi-Spur = $(\varnothing\rightarrow\varnothing_{\mathcal{M}}, \varnothing\rightarrow\varnothing_{\Omega}, \varnothing\rightarrow\varnothing_{\mathcal{I}})$,

und zwar deshalb, weil

1. $\varnothing = \{\varnothing_{\mathcal{M}}, \varnothing_{\Omega}, \varnothing_{\mathcal{I}}\}$

2. es gilt: $\times(\varnothing_{\rightarrow a}) = a\rightarrow_{\{\varnothing\mathcal{M}, \varnothing\Omega, \varnothing\mathcal{I}\}}$,

dann haben wir entsprechend zum Nicht-Nullzeichen-Diamanten den folgenden Nullzeichen-Diamanten:



Literatur

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Objekte und Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Objekte, Spuren und Zeichen

Spuren können zu Objekten ebenso wie zu Zeichen gehören. Objekte können zu Zeichen erklärt werden, und diese können via Spuren helfen, Objekte zu rekonstruieren (vgl. Toth 2009a, b). Ferner bedingt die Verallgemeinerung auf Nullzeichen die Generalisierung von Spuren zu Bi-Spuren (vgl. Toth 2009c). In diesem Aufsatz wird eine vollständige formale Übersicht aller möglichen Kombinationen von Objekten, Spuren und Zeichen, allerdings beschränkt auf dyadische Subzeichen bzw. Subobjekte, d.h. ohne semiotische Objekte, Systeme u.ä., gegeben, und zwar bewusst vorerst ohne Beispiele zu liefern.

1. Objektrelation

$OR = (\mathcal{M}.a, \Omega.b, \mathcal{I}.c) \times (c.\mathcal{I}, b.\Omega, a.\mathcal{M})$

1.1. Leere Objektrelationen

$LO = (\varnothing.a, \varnothing.b, \varnothing.c) \times (c.\varnothing\ b.\varnothing\ a.\varnothing)$

$LO = (\mathcal{M}.\varnothing, \Omega.\varnothing, \mathcal{I}.\varnothing) \times (\varnothing.\mathcal{I}, \varnothing.\Omega, \varnothing.\mathcal{M})$

2. Objektspurenrelation

$OSR = (\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{I}_{\rightarrow c}) \times (c{\rightarrow}_{\mathcal{I}}, b{\rightarrow}_{\Omega}, c{\rightarrow}_{\mathcal{M}})$

2.1. Leere Objektspurenrelationen

$LOSR = (\varnothing_{\rightarrow a}, \varnothing_{\rightarrow b}, \varnothing_{\rightarrow c}) \times (c{\rightarrow}_{\varnothing}, b{\rightarrow}_{\varnothing}, c{\rightarrow}_{\varnothing})$

$LOSR = (\mathcal{M}_{\rightarrow\varnothing}, \Omega_{\rightarrow\varnothing}, \mathcal{I}_{\rightarrow\varnothing}) \times (\varnothing{\rightarrow}_{\mathcal{I}}, \varnothing{\rightarrow}_{\Omega}, \varnothing{\rightarrow}_{\mathcal{M}})$

3. Zeichenrelation

$ZR = (M.a, O.b, I.c) \times (c.I\ b.O\ a.M)$

3.1. Leere Zeichenrelationen

$LZ = (\varnothing.a\ \varnothing.b\ \varnothing.c) \times (c.\varnothing\ b.\varnothing, a.\varnothing)$

$LZ = (M.\varnothing\ O.\varnothing\ I.\varnothing) \times (\varnothing.I\ \varnothing.O\ \varnothing.M)$

4. Zeichenspurenrelation

$ZSR = (M_{\rightarrow a}, O_{\rightarrow b}, I_{\rightarrow c}) \times (c \rightarrow_I, c \rightarrow_O, c \rightarrow_M)$

4.1. Leere Zeichenspurenrelationen

$LZSR = (\varnothing_{\rightarrow a}, \varnothing_{\rightarrow b}, \varnothing_{\rightarrow c}) \times (c \rightarrow_{\varnothing}, c \rightarrow_{\varnothing}, c \rightarrow_{\varnothing})$

$LZSR = (M_{\rightarrow \varnothing}, O_{\rightarrow \varnothing}, I_{\rightarrow \varnothing}) \times (\varnothing \rightarrow_I, \varnothing \rightarrow_O, \varnothing \rightarrow_M)$

5. Bi-Objektspurenrelation

$BOSR = (\mathcal{M}_{\rightarrow a \rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b \rightarrow b}, \mathcal{I}_{\rightarrow c \rightarrow c}) \times (c \rightarrow c_{\rightarrow \mathcal{I}}, b \rightarrow b_{\rightarrow \Omega}, a \rightarrow a_{\rightarrow \mathcal{M}})$

5.1. Leere Bi-Objektspurenrelationen

$LBOSR = (\varnothing_{\rightarrow a \rightarrow a}, \varnothing_{\rightarrow b \rightarrow b}, \varnothing_{\rightarrow c \rightarrow c}) \times (c \rightarrow c_{\rightarrow \varnothing}, b \rightarrow b_{\rightarrow \varnothing}, c \rightarrow c_{\rightarrow \varnothing})$

$LBOSR = (\mathcal{M}_{\varnothing \rightarrow \varnothing}, \Omega_{\varnothing \rightarrow \varnothing}, \mathcal{I}_{\varnothing \rightarrow \varnothing}) \times (\varnothing \rightarrow \varnothing_{\rightarrow \mathcal{I}}, \varnothing \rightarrow \varnothing_{\rightarrow \Omega}, \varnothing \rightarrow \varnothing_{\rightarrow \mathcal{M}})$

6. Bi-Zeichenspurenrelation

$BZSR = (M_{\rightarrow a \rightarrow a}, O_{\rightarrow b \rightarrow b}, I_{\rightarrow c \rightarrow c}) \times (c \rightarrow c_{\rightarrow I}, b \rightarrow b_{\rightarrow O}, a \rightarrow a_{\rightarrow M})$

6.1. Leere Bi-Zeichenspurenrelationen

$LBOSR = (\varnothing_{\rightarrow a \rightarrow a}, \varnothing_{\rightarrow b \rightarrow b}, \varnothing_{\rightarrow c \rightarrow c}) \times (c \rightarrow c_{\rightarrow \varnothing}, b \rightarrow b_{\rightarrow \varnothing}, c \rightarrow c_{\rightarrow \varnothing})$

$LBOSR = (M_{\varnothing \rightarrow \varnothing}, O_{\varnothing \rightarrow \varnothing}, I_{\varnothing \rightarrow \varnothing}) \times (\varnothing \rightarrow \varnothing_{\rightarrow I}, \varnothing \rightarrow \varnothing_{\rightarrow O}, \varnothing \rightarrow \varnothing_{\rightarrow M})$

Literatur

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Objekte als Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Eine einheitliche Begründung der Semiotik auf der Basis von Bi-Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Spuren und Nullspuren

In Toth (2009) hatten wir eine erste kurze Übersicht über „Objekte, Zeichen und Spuren“ gegeben. Hier wollen wir eine vollständige Systematik liefern und auf die erstaunliche Fülle ihrer Kombinationsmöglichkeiten als einem weiteren Arbeitsinstrument der Semiotik hinweisen.

1. Objekte und Nullobjekte

1.1. $(\mathcal{M}_{\to\mathcal{M}}, \Omega_{\to\Omega}, \mathcal{I}_{\to\mathcal{I}}) \times (\mathcal{I}{\to}_{\mathcal{I}}, \Omega{\to}_{\Omega}, \mathcal{M}{\to}_{\mathcal{M}})$

1.2. $(\varnothing_{\to\mathcal{M}}, \varnothing_{\to\Omega}, \varnothing_{\to\mathcal{I}}) \times (\mathcal{I}{\to}_{\varnothing}, \Omega{\to}_{\varnothing}, \mathcal{M}{\to}_{\varnothing})$

1.3. $(\mathcal{M}_{\to\varnothing}, \Omega_{\to\varnothing}, \mathcal{I}_{\to\varnothing}) \times (\varnothing{\to}_{\mathcal{I}}, \varnothing{\to}_{\Omega}, \varnothing{\to}_{\mathcal{M}})$

2. Zeichen und Nullzeichen

2.1. $(\mathrm{M}_{\to\mathrm{M}}, \mathrm{O}_{\to\mathrm{O}}, \mathrm{I}_{\to\mathrm{I}}) \times (\mathrm{M}{\to}_{\mathrm{I}}, \mathrm{O}{\to}_{\mathrm{O}}, \mathrm{M}{\to}_{\mathrm{M}})$

2.2. $(\varnothing_{\to\mathrm{M}}, \varnothing_{\to\mathrm{O}}, \varnothing_{\to\mathrm{I}}) \times (\mathrm{I}{\to}_{\varnothing}, \mathrm{O}{\to}_{\varnothing}, \mathrm{M}{\to}_{\varnothing})$

2.3. $(\mathrm{M}_{\to\varnothing}, \mathrm{O}_{\to\varnothing}, \mathrm{I}_{\to\varnothing}) \times (\varnothing{\to}_{\mathrm{I}}, \varnothing{\to}_{\mathrm{O}}, \varnothing{\to}_{\mathrm{M}})$

3. Objekte und Zeichen sowie Nullobjekte und Nullzeichen

3.1. $(\mathcal{M}_{\to\mathrm{M}}, \Omega_{\to\mathrm{O}}, \mathcal{I}_{\to\mathrm{I}}) \times (\mathrm{I}{\to}_{\mathcal{I}}, \mathrm{O}{\to}_{\Omega}, \mathrm{M}{\to}_{\mathcal{M}})$

3.2. $(\varnothing_{\to\mathrm{M}}, \varnothing_{\to\mathrm{O}}, \varnothing_{\to\mathrm{I}}) \times (\mathrm{I}{\to}_{\varnothing}, \mathrm{O}{\to}_{\varnothing}, \mathrm{M}{\to}_{\varnothing})$

4. Zeichen und Objekte sowie Nullzeichen und Nullobjekte

4.1. $(\mathrm{M}_{\to\mathcal{M}}, \mathrm{O}_{\to\Omega}, \mathrm{I}_{\to\mathcal{I}}) \times (\mathcal{I}{\to}_{\mathrm{I}}, \Omega{\to}_{\mathrm{O}}, \mathcal{M}{\to}_{\mathrm{M}})$

4.2. $(\varnothing_{\to\mathcal{M}}, \varnothing_{\to\Omega}, \varnothing_{\to\mathcal{I}}) \times (\mathcal{I}{\to}_{\varnothing}, \Omega{\to}_{\varnothing}, \mathcal{M}{\to}_{\varnothing})$

Aus diesen 10 Relationen lassen sich also (10 mal 11/2) = 55 paarweise Kombinationen von semiotischen Systemen und semiotischen Objekten konstruieren.

Literatur

Toth, Alfred, Objekte, Spuren und Zeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Pseudos, Imitate und Fälschungen

1. Der vorliegende Beitrag, der nicht mehr bezweckt, als meine rein theoretische Studie (Toth 2009b) zu illustrieren, gehört zum grossen, im Titel genannten Themenkomplex. Es geht hier um gewisse zwar praktische, aber doch widernatürliche Gebilde, die irgendwo im weiten Feld zwischen Objekt und Zeichen angesiedelt sind, ohne jedoch regelrecht semiotische Objekte, d.h. Zeichenobjekte oder Objektzeichen (vgl. Toth 2009a), zu sein. Z.B. stellt ein Architekt 4 Wände plus ein Dach auf den Boden, um den unendlichen Raum im kleinen zu wiederholen (genauer präsupponiert er jedoch natürlich nur die Abgeschlossenheit des ersteren). Dann aber kompromittiert er sich selbst, indem er Löcher schlägt und sie zu Türen und Fenster erklärt. Man bemerke übrigens, dass allein aus der Tatsache, dass es möglich ist, Fenster und Türen voneinander zu unterscheiden, es sich hier nicht um einfache Objekte, sondern um semiotische Objekte (und damit mindestens um Zeichen-Anwärter) handelt. Oder richtiger gesagt: Er nimmt den mikrokosmischen Abschluss, mit dem er den (vermeintlichen) makrokosmischen Abschluss imitiert, dadurch wieder zurück, dass er die Abwesenheit von Materie, so paradox es klingt, wieder in seine Wände einbaut. Karl Valentin, der grosse, würde mir wohl antworten, das liege einzig daran, dass er falsch begonnen habe und die Wände aufgestellt habe, anstatt das Nichts der Fenster und Türen zu umbauen.

2.1. Objekte und Nullobjekte

2.1.1. $(\mathcal{M}_{\rightarrow\mathcal{M}}, \Omega_{\rightarrow\Omega}, \mathcal{I}_{\rightarrow\mathcal{I}}) \times (\mathcal{I}\rightarrow_{\mathcal{I}}, \Omega\rightarrow_{\Omega}, \mathcal{M}\rightarrow_{\mathcal{M}})$

Beispiele: Der Vorhänge, Gardinen, Storen, Jalousien, Rouleaux. Im Grunde liegt bei Fenstern Abwesenheit von Materie vor, doch so, dass sie erst sekundär eingebaut wird (vgl. Kap. 1). Dadurch gelangt man zu einer doppelten Objektrelation der Form $(\mathcal{M}_{\rightarrow\varnothing}, \Omega_{\rightarrow\varnothing}, \mathcal{I}_{\rightarrow\varnothing}) \times (\varnothing\rightarrow_{\mathcal{I}}, \varnothing\rightarrow_{\Omega}, \varnothing\rightarrow_{\mathcal{M}})$ (s.u.). Durch die „Auffüllung“ der Leerzeichen-Positionen mit den ontologischen Kategorien der Objektrelation wird also tertiär sozusagen die Abwesenheit von Materie wieder zurückgenommen. Man kann sogar soweit gehen, die Fensterscheiben mit Hilfe der gleichen Objektrelation zu bestimmen.

2.1.2. $(\varnothing_{\to\mathcal{M}}, \varnothing_{\to\Omega}, \varnothing_{\to\mathcal{I}}) \times (\mathcal{I}\to_{\varnothing}, \Omega\to_{\varnothing}, \mathcal{M}\to_{\varnothing})$

Diese Objektrelation ist dual zur obigen, d.h. was in 2.1.1. Objektklasse war, ist hier Realitätsklasse und vice versa. Hier wird also primär die Abwesenheit von Materie (die Fenster- und Türlöcher, die allerdings sekundär abgebracht sind, wenigstens wenn ein Haus nicht aus vorfabrizierten Teile „hergestellt" wurde) thematisiert, daher erscheinen sie in den Linkspositionen, d.h. als Domänen der Spurenrelation, und erst sekundär wird dann das „Vernichten des Nichts" durch das Pseudo der Scheiben, Gardinen, Läden usw. thematisiert.

2.1.3. $(\mathcal{M}_{\to\varnothing}, \Omega_{\to\varnothing}, \mathcal{I}_{\to\varnothing}) \times (\varnothing\to_{\mathcal{I}}, \varnothing\to_{\Omega}, \varnothing\to_{\mathcal{M}})$

Siehe 2.1.1.

2.2. Zeichen und Nullzeichen

2.2.1. $(M_{\to M}, O_{\to O}, I_{\to I}) \times (M\to_{I}, O\to_{O}, M\to_{M})$

Beispiele: alle Wertzeichen. Ein Wert ist genauso ein Zeichen wie sein Zeichenträger, dessen er übrigens notwendig bedarf und der also nicht optional ist, ein Zeichen ist. Damit ist diese Doppelzeichen-Relation das semiotische Äquivalent der Doppelobjekt-Relation von Kap. 1.1. Da der Wert als Zeichen vom Zeichenträger als Zeichen abhängt, aber das Umgekehrte nicht gilt (es gibt viele Zeichen, die keinen Wert tragen: die meisten), sind also Werte subsidiär und daher in 2.2.1. als Spuren realisiert.

2.2.2. $(\varnothing_{\to M}, \varnothing_{\to O}, \varnothing_{\to I}) \times (I\to_{\varnothing}, O\to_{\varnothing}, M\to_{\varnothing})$

Das ist ein Zeichentypus, der einen Wert, aber keinen Träger hat. Wie in 2.1. ausgeführt, können solche Zeichen, wenigstens in der uns wahrnehmbaren Welt, nicht existieren, da Werte weitere Zeichen als Zeichenträger benötigen.

2.3. $(M_{\to\varnothing}, O_{\to\varnothing}, I_{\to\varnothing}) \times (\varnothing\to_{I}, \varnothing\to_{O}, \varnothing\to_{M})$

Hier ist bei einem Wertzeichen, d.h. einem Doppelzeichen, dessen subsidiäres Zeichen der Wert ist, dieser Wert verschwunden, z.B. weil er wertlos geworden ist. Das kann aus rein praktischen Gründen dann passieren, wenn ein Staat aufhört zu existieren (DDR), eine Währung (Lire, Francs, D-Mark) oder ein Teil davon (ungarische Fillér vs. noch existente Forint) abgeschafft wird, usw.

3. Objekte und Zeichen sowie Nullobjekte und Nullzeichen

3.1. $(\mathcal{M}_{\rightarrow \mathrm{M}}, \Omega_{\rightarrow \mathrm{O}}, \mathcal{I}_{\rightarrow \mathrm{I}}) \times (\mathrm{I} \rightarrow_{\mathcal{I}}, \mathrm{O} \rightarrow_{\Omega}, \mathrm{M} \rightarrow_{\mathcal{M}})$

Bei den gemischten Typen 3.1. und 3.2. handelt es sich um spurentheoretische Annäherungen an die ausgebildeten Zeichenobjekte und Objektzeichen (vgl. auch Walther 1979, S. 122 ff.). Beispiele für 3.1. sind Objektzeichen mit subsidiärem oder reduziertem Zeichenanteil, d.h. z.B. deformierte Prothesen oder, besser: alle Abschreckungsmechanismen wie Vogelscheuchen, deren Vorläge für das zeichenhafte, d.h. abbildende Imitat, keiner realen Person nachgebildet ist. Hierher gehören also auch sämtliche Geister in Geisterbahnen, mit Ausnahme etwa der dreidimensionalen Béla Lugosi oder Christopher Lee-Figuren an den Fronten der Bahnen, wo sie gut wahrnehmbar sind und also voll ausgebildete Objektzeichen, sozusagen Menschen-Prothesen, darstellen. Bei Geistern im Innern ist dagegen der Zeichenanteil nicht voll ausgebildet, weil er bei der schnellen Durchfahrt ohnehin nicht wahrnehmbar wäre.

3.2. $(\varnothing_{\rightarrow \mathrm{M}}, \varnothing_{\rightarrow \mathrm{O}}, \varnothing_{\rightarrow \mathrm{I}}) \times (\mathrm{I} \rightarrow_{\varnothing}, \mathrm{O} \rightarrow_{\varnothing}, \mathrm{M} \rightarrow_{\varnothing})$

Hier liegt ein Objektzeichen mit abwesendem Objektanteil vor, d.h. es überlebt sozusagen nur der Zeichenanteil. Hierher gehören alle illusionären Gestalten wie Drachen, Meerjungfrauen, Zombies, aber etwa auch der von Bense von eingehend beschriebene Odradek Kafkas (vgl. Bense 1952, S. 63 ff.). Im selben Buch Benses findet man auch den beeindruckenden Satz: „Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (Bense 1952, S. 80).

4. Zeichen und Objekte sowie Nullzeichen und Nullobjekte

4.1. $(\mathrm{M}_{\rightarrow \mathcal{M}}, \mathrm{O}_{\rightarrow \Omega}, \mathrm{I}_{\rightarrow \mathcal{I}}) \times (\mathcal{I} \rightarrow_{\mathrm{I}}, \Omega \rightarrow_{\mathrm{O}}, \mathcal{M} \rightarrow_{\mathrm{M}})$

Hier liegt ein Zeichenobjekt mit reduziertem oder subsidiärem Objektanteil vor, z.B. also ein Markenprodukt, wo die Marke das Versprechen des Objektes nicht mehr hält, etwa sämtliche Airlines heutzutage mit Ausnahme von einer oder zwei.

4.2. $(\varnothing_{\rightarrow\mathcal{M}}, \varnothing_{\rightarrow\Omega}, \varnothing_{\rightarrow\mathcal{I}}) \times (\mathcal{I}\rightarrow_{\varnothing}, \Omega\rightarrow_{\varnothing}, \mathcal{M}\rightarrow_{\varnothing})$

Das ist etwa ein Markenprodukt, dessen Marke aufgehört hat zu existieren, wie etwa die bekannten filterlosen Zigaretten Salem, Eckstein, Juno, Overstolz, die der Verfasser dieser Zeilen so gerne geraucht hatte. Man bemerke übrigens, dass der komplementäre Fall, d.h. $(M_{\rightarrow\varnothing}, O_{\rightarrow\varnothing}, I_{\rightarrow\varnothing})$, sofern $\varnothing$ sich auf ein Objekt bezieht, eine Marke darstellt, die kein Objekt hat, d.h. sozusagen ein Markenprodukt ohne Produkt. Ich erwähne hier nur Karl Valentins „Berliner Luft" oder Lewis Carroll's „Rowland's Macassar Oil" aus "The White Knight's Song".

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Objekte, Spuren und Zeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische Limeszahlen

1. Eine Menge m aller (kleineren) Ordinalzahlen hat entweder ein grösstes Element k, dann gilt zwangsläufig $n = k+$, und n heisst Nachfolgerzahl. Oder m hat kein grösstes Element, in diesem Fall gilt $n = \cup m$ (Erné 1982, S. 274). Die letztere Zahl wird Limeszahl genannt.

Bei Peirce ist es nun so, dass er, ohne allerdings eine entsprechende Grenzzahl einzuführen, ganz offenbar die Drittheit seiner Zeichenrelation als „Grenzrelation" im Sinne hatte: „Und die Analyse wird zeigen, dass jede Relation, die tetradisch, pentadisch oder von irgendeiner höheren Anzahl von Korrelaten ist, nichts anderes als eine Zusammensetzung von triadischen Relationen ist. Es ist daher nicht überraschend, wenn man findet, dass ausser den drei Elementen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit nichts anderes im Phänomen zu finden ist' (1.347)" (Walther 1989, S. 298). Wie bereits in Toth (2007, S. 178 ff.) angedeutet, werde ich diesem Aufsatz zeigen, dass die Behauptung von Peirce – und auch diejenige in seinem Anschluss von Marty (1980) falsch ist.

In diesem Zusammenhang möchte ich, nicht nur der Vollständigkeit halber, auch noch auf eine in der Semiotik konsequent übersehene Feststellung Gotthard Günthers in Bezug auf Peirce Triadismus aufmerksam machen: „Höchst wesentlich aber war für Peirce seine Weigerung, über die Triadenlogik hinauszugehen. Zwar hatte er mit dem Vf. [G.G.] das gemeinsam, dass beide von der Voraussetzung ausgehen, dass die zweiwertige Logik der Dualitäten nicht ausreichend sei, unsere rationalen Bedürfnisse zu befrieden, aber Peirce schneidet sich weitere Erwägungen dann selbst mit der bündigen Feststellung ab: ‚Triadic logic is universally true' (...). Die klassische Logik lässt nach Peirce noch ein Unsicherheitsmoment zu, welches dann im Triadischen beseitigt wird. Die Analogie zur göttlichen Trinität und der Allweisheit eines absoluten Bewusstseins ist unverkennbar" (Günther 1978, S. vii f.).

2. Nach Bense (1979, S. 53, 67) ist das Peircesche Zeichen definiert als eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation:

$$Z = {}^3R({}^1R, {}^2R, {}^3R) = R(M, O, I) = ((M), ((M \to O), O \to I)).$$

Man kann diesen Sachverhalt sehr gut in einem Treppenmodell darstellen:

		3
	2	2
1	1	1

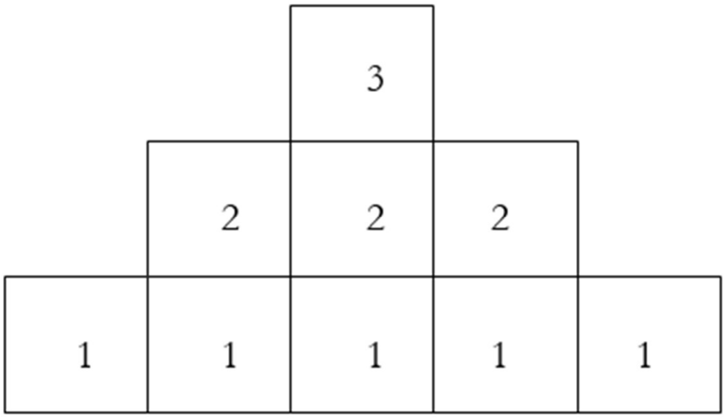
Jede Kategorie funktioniert zwar insofern unabhängig, als keine höhere direkt über ihr liegt, andererseits ist sie aber auch mengeninklusiv in alle kleineren Kategorien eingebettet, d.h. es gilt $1 \subset 2 \subset 3$, wobei $(2 \subset 3)$ näher bei 3 liegt als (1) bzw. $(1 \subset 2)$. Schaut man nun den Bau einer Zeichenklasse an, wozu man die Unterscheidung triadischer und trichotomischer Peirce-Zahlen in Toth (2009a) vergleiche,

$$\text{Zkl} = \quad (3. \left\{\begin{matrix}.3\\.2\\.1\end{matrix}\right\} 2. \left\{\begin{matrix}.3\\.2\\.1\end{matrix}\right\} 1. \left\{\begin{matrix}.3\\.2\\.1\end{matrix}\right\})$$

und vergleicht sie mit dem Bau ihrer zugehörigen dualen Realitätsthematik

$$\text{Rth} = \quad (1. \left\{\begin{matrix}.1\\.2\\.3\end{matrix}\right\} 2. \left\{\begin{matrix}.1\\.2\\.3\end{matrix}\right\} 3. \left\{\begin{matrix}.1\\.2\\.3\end{matrix}\right\})$$

dann erkennt man, dass die Trichotomien oder Stellenwerte der Zeichenklassen nichts anderes sind als die Triaden oder Hauptwerte der Realitätsthematiken, weshalb man zur vollständigen Behandlung nicht nur der triadischen, sondern auch der trichotomischen Peirce-Zahlen das obige Treppenmodell zur folgenden Doppeltreppe spiegeln muss:



3. Für die von Bense ausdrücklich als „ordinale“ Primzeichen – in Analogie zu Primzahlen gebildet – eingeführten Fundamentalkategorien (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) gelten nun die meisten der für gewöhnliche Ordinalzahlen gültigen Operationen nicht – und zwar im Widerspruch zum „Nachweis“ Benses, dass die Nachfolgerelation der Primzeichen isomorph ist zur Nachfolgerelation der natürlichen Zahlen (Bense 1975, S. 167 ff., 1983, S. 192 ff.), vgl. Toth (2009b). So haben wir z.B. bei den triadischen (links) und bei den trichotomischen (rechts) Peirce-Zeichen

$(1.) + (1.) \neq (2.)$ $\qquad$ $(1.) + (1.) \neq (2.)$

$(1.) + (1.) + (1.) \neq (3.)$ $\qquad$ $(1.) + (1.) + (1.) \neq (3.)$

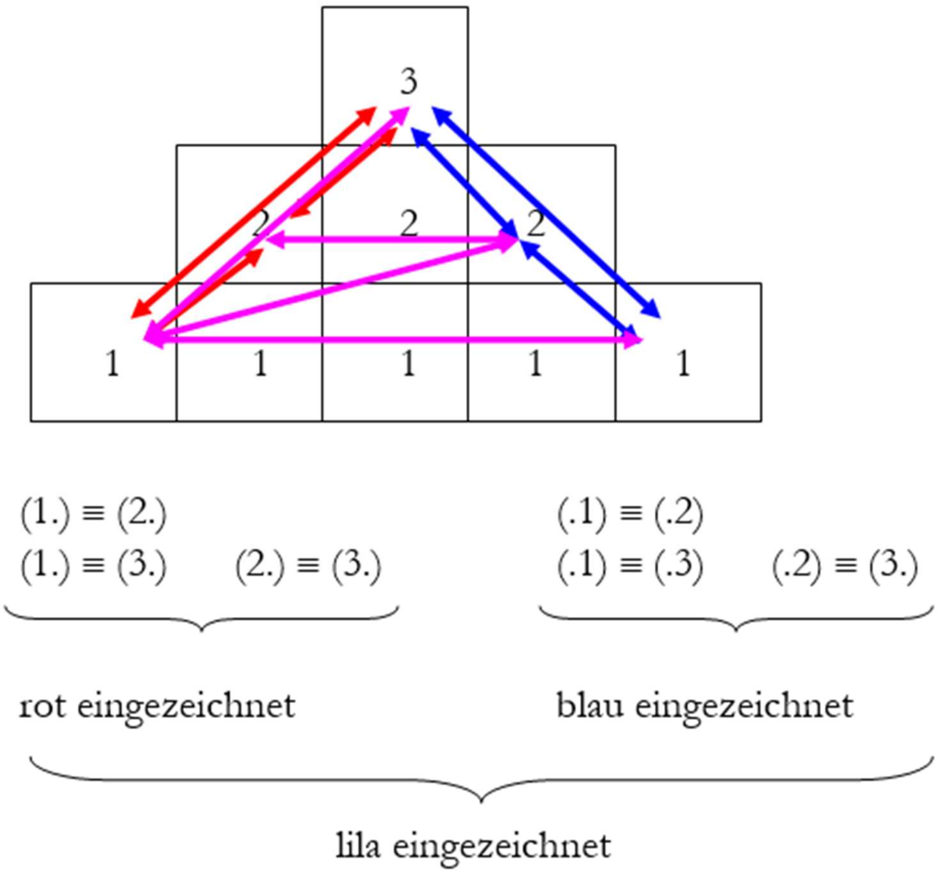
$(1.) + (2.) \neq (3.)$ $\qquad$ $(1.) + (2.) \neq (3.)$

$(2.) + (1.) \neq (3.)$ $\qquad$ $(2.) + (1.) \neq (3.)$

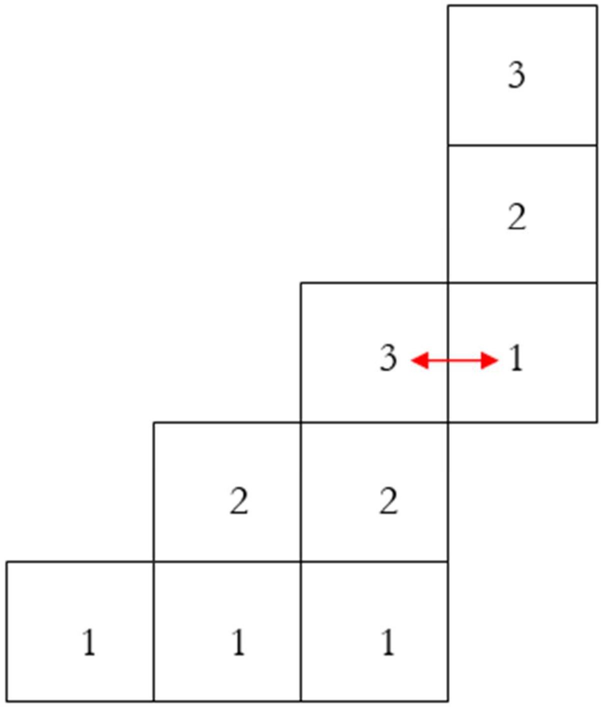
Umgekehrt kann man aber mit Hilfe der ordinalen Peirce-Zahlen Operationen durchführen, für die es in der üblichen Ordinalzahlarithmetik keine Parallelen gibt, vgl. etwa die bereits bei Walther (1979, S. 76 u. 120) gezeigten verschiedenen Typen von Superisationen, vgl. dazu ausführlich meine „Allgemeine Zeichengrammatik“ (Toth 2008). So gibt es z.B. die folgenden Basis-Superisationstypen

$(1.) \equiv (2.)$ $\qquad$ $(.1) \equiv (.2)$

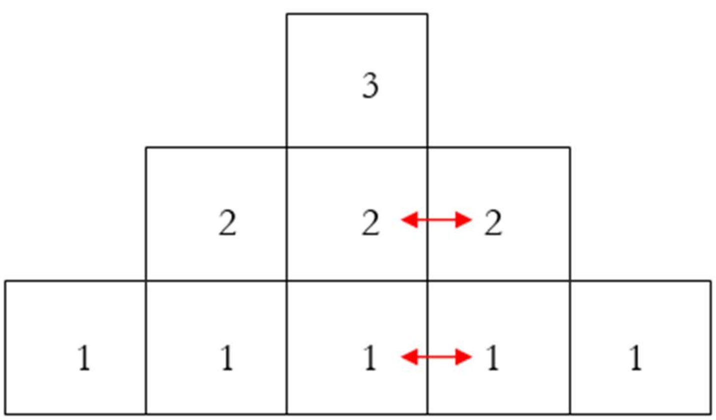
$(1.) \equiv (3.)$ $\quad$ $(2.) \equiv (3.)$ $\quad$ $(.1) \equiv (.3)$ $\quad$ $(.2) \equiv (3.)$, sowie Kombinationen zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen. Man kann die angeführten Superisationsoperationen wie folgt mit dem Treppenmodell darstellen:



Gilt also etwa in einer Zeichenverbindung I1 ≡ M2, kann man dies wie folgt darstellen:



In komplexeren Fällen, wie etwa den von Bense (1975, S. 79) selbst auf andere Weise dargestellten Verknüpfungen (O1 ≡ O2) ∧ (M1 ≡ M2) sieht das im ökonomischten Fall wie folgt aus:



(Wie viele Darstellungsmöglichkeiten gibt es insgesamt? Welche Rolle spielt die Zeichen-Dimension bei der Ökonomie der Darstellung?)

4.1. Nun kann man sich natürlich, rein theoretisch wenigstens, ohne Probleme ein Gebilde wie das folgende, analog zu den „gewöhnlichen“ Ordinalzahlen gebildete, vorstellen:

			4
		3	3
	2	2	2
1	1	1	1

also das Inklusionsschema einer tetradischen Zeichenrelation. Ein solches Schema wurde bisher deshalb nicht konstruiert, weil man dem Peirceschen „Beweis“ glaubte, jede n-adische Relation mit n > 3 können aus triadischen, dyadischen und monadischen Relationen zusammengesetzt werden. Das funktioniert zwar, wenn man von den semiotischen Funktionen dieser n≤3-stelligen Relationen absieht, d..h. aber die Relationen als reine Mittelbezüge behandelt, allerdings wurden diese aber ja gerade wegen dieser Funktionen eingeführt, die in der Semiotik mit Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsfunktion bezeichnet werden (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.). Nur schon die in Toth (2009c) eingeführte tetradische erweiterte Peircesche Zeichenrelation

ZR+ = (M, O, I, ∅),

deren eingebettetes Nullzeichen zwangslos aus der Bildung der Potenzmenge über der Peirceschen Menge der Fundamentalkategorien {M, O, I} folgt, sollte eigentlich zu denken geben, denn ∅ ist eine 0-stellige Relation und keine 4-stellige. Wie also sollte man ZR+ als Konkatenation von Triaden, Dyaden und Monaden darstellen können?

4.2. Es gibt aber noch wesentlich wichtigere Gründe, warum eine Dekomposition n-adischer Relation mit $n > 3$ nicht möglich ist, denn wie in Toth (2007, S. 178 ff.) gezeigt worden war, weisen höhere als triadische Relationen in ihren thematisierten Realitäten Strukturen auf, welche in niedrigeren Relation entweder gar nicht oder erst marginal auftreten. Um einen detaillierten Einblick zu ermöglichen, bringe ich hier die zusammenfassenden Klassifikation der strukturellen thematisierten Realitäten für 3-adische, 4-adische, 5-adische und 6-adische Semiotiken:

4.3. Für die **triadische Semiotik** können wir damit folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Thematisationsrichtung:

   $X^m Y^n$ mit $X \in \{1, 2, 3\}$, wobei $X = Y$ erlaubt und $m, n \in \{1, 2\}$ mit $X^m \rightarrow Y^n$, falls $m > n$ bzw. $X^m \leftarrow Y^n$, falls $m < n$. (Der Fall $m = n$ tritt nicht auf.)

2. Mehrdeutige Thematisationen und Thematisationsrichtungen gibt es bei den HZkln×HRthn 1, 7 und 10. Bei 1 und 10 könnte man aus strukturellen Gründen Links- bzw. Rechtsthematisation stipulieren; dies ist jedoch bei 7 nicht möglich. Also gibt es keine einheitlichen Thematisationsrichtungen bei den homogenen Thematisationen, d.h. bei den HZkln×HRthn.

3. Triadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten:

5. 3.1 2.2 1.3	×	$\underline{3.1 \quad 2.2}$ 1.3	$3^1 2^1 \rightarrow 1^1$
		$\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$	$3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$
		3.1 $\underline{2.2 \quad 1.3}$	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1$

4. Einzig bei der triadischen Realität tritt ein von allen übrigen strukturellen Realitäten abweichender Thematisationstyp auf, den ich "Sandwich-Thematisation" nennen möchte:

   $\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$

4.4. Für die **tetradische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Bei den triadischen Thematisationen treten erstmals solche vom Typ $X^m Y^m \leftarrow Z^{2m}$ bzw $Z^{2m} \rightarrow X^m Y^m$ auf. Hier wurde die Thematisationsrichtung gemäss der grössten Frequenz einer einzelnen Kategorie festgelegt.

2. Während die Sandwiches der dyadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftrightarrow Y^m$ sind, sind diejenigen der triadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftarrow Y^{2m} \rightarrow Z^m$. Da man sich auch eine (in der pentadischen Semiotik tatsächlich auftretende) Struktur $X^m \rightarrow Y^{2m} \leftarrow Z^m$ denken kann, nannten wir die erste zentrifugal und nennen wir die zweite zentripetal.

3. Tetradische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten. Rein theoretisch sind folgende 10 Thematisationstypen möglich:

15 3.0 2.1 1.2 0.3	×	$\underline{3.0\;\;2.1\;\;1.2}\;\;0.3$	$3^1 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$
		$\underline{3.0\;\;2.1}\;\;1.2\;\;0.3$	$3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$
		$\underline{3.0}\;\;2.1\;\;1.2\;\;0.3$	$3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$
		$3.0\;\;\underline{2.1\;\;1.2\;\;0.3}$	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1 0^1$
		$3.0\;\;2.1\;\;\underline{1.2\;\;0.3}$	$3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$
		$3.0\;\;2.1\;\;1.2\;\;\underline{0.3}$	$3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$
		$\underline{3.0}\;\;2.1\;\;1.2\;\;\underline{0.3}$	$3^1 \rightarrow 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$
		$3.0\;\;\underline{2.1\;\;1.2}\;\;0.3$	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$
		$3.0\;\;\underline{2.1}\;\;1.2\;\;0.3$	$3^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$
		$3.0\;\;2.1\;\;\underline{1.2}\;\;0.3$	$3^1 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 0^1$

Man könnte die Regel aufstellen: $X^m Y^m Z^m \rightarrow A^m$ wegen 3m > m. Dann würden die Typen $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$ als regelwidrig entfallen. Unklar bleiben dann aber immer noch $3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$. Von den vier Sandwiches sind die beiden letzten rechts- bzw. linksmehrfach.

4.5. Für die **pentadische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Neben dyadischen und triadischen treten erwartungsgemäss nun tetradische Thematisationstypen auf.

2. Bei den triadischen Thematisationen tauchen Typen der Form $X^m Y^m \leftarrow Z^n$ bzw. $Z^n \rightarrow X^m Y^m$ mit $n \leq 3$ auf. An Sandwich-Thematisationen erscheinen nun zentrifugale der Form $X^m \leftarrow Y^n \rightarrow Z^m$ neben zentripetalen der Form $X^m \rightarrow Y^n \leftarrow Z^m$.

3. Bei den tetradischen Thematisationen treten Typen der Form $X^m Y^m Z^m \leftarrow A^n$ bzw. $A^n \rightarrow X^m Y^m Z^m$ auf. Als neuer Typ von Sandwich-Thematisationen erscheinen linksmehrfache Sandwiches der Form $X^m Y^m \leftarrow A^n \rightarrow Z^m$ sowie rechtsmehrfache der Form $X^m \leftarrow A^n \rightarrow Y^m Z^m$, die bereits in der tetradischen Realität der Tetratomischen Tetraden erstmals auftauchten.

4. Pentadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

5. Als wichtigstes Resultat ergibt sich jedoch, dass die zu erwartenden Pentatomischen Pentaden (dyadischer, triadischer und tetradischer Thematisation) nicht konstruierbar sind, da die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden, die noch bei den Tetratomischen Tetraden Anwendung fand, hier offenbar nicht mehr anwendbar ist, da von den zahlreichen neu auftretenden Sandwiches nicht klar ist, ob und wie sie in die Pentatomischen Pentaden integriert sind.

4.6. Für die **hexadische Semiotik** können wir schliessich folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Erwartungsgemäss treten dyadischen, triadischen und tetradischen nun auch pentadische Thematisationstypen auf.

2. Bei den dyadischen Thematisationen treten Sandwiches unklarer Thematisationsrichtung der Form $X^m \leftrightarrow Y^m$ auf.

3. Bei den triadischen Thematisationen sind die Thematisationsrichtungen im Grunde unklar. Versuchsweise könnten drei Gruppen gebildet werden: 1. Solche, deren linke Kategorie die Gestalt X^1 hat. 2. Solche, deren rechte Kategorie die Gestalt X^1 hat. 3. Solche, deren mittlere Kategorie die Gestalt X^1 hat, die aber weder zu 1. noch zu 2. gehören (Sandwiches). Ausdifferenzierungen und andere Gruppierungen sind aber möglich. Die triadischen Sandwiches der Form $X^m \leftrightarrow Y^n \leftrightarrow Z^m$ weisen, wie schon die dyadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

4. Für die tetradischen Thematisationen gilt das zu den triadischen Gesagte. Auch die tetradischen Sandwiches der Form $A^m \leftrightarrow X^n Y^n \leftrightarrow B^m$ weisen, wie bereits die dyadischen und die triadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

5. Für die pentadischen Thematisationen gilt das zu den tetradischen Gesagte.

6. Hexadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

7. Für die zu erwartenenden Hexatomischen Hexaden gilt das zu den Pentatomischen Pentaden Gesagte, nur dass hier noch mehr Verwirrung herrscht.

5. Man kann nun natürlich fortfahren und mühsam die Strukturen 7-, 8-, 9-; 10-, 11-, 12-; 13-, 14-, 15; ... –adischer Semiotiken ausrechnen und wird finden,

dass immer neue Strukturen auftreten, die in unteren Strukturen fehlen, so dass also von einer Dekomposition von n>3-adischen Relationen in Triaden, Dyaden und Monaden keine Rede sein kann. Dabei tritt ein solcher Strukturverlust ein, dass z.B. Eigenrealität isoliert unverständlich ist, speziell als Sonderfall triadischer, tetradischer, ... Realität. Niedrigere Strukturen benötigen also Erhellung durch höhere, dessen Fragmente sie sind, ebenso wie höhere Sturkturen niedrigere brauchen, aus denen sie sich, deren übergeordnete Mengen sie sind, gewissermassen verselbständigen. Trotzdem scheint, wie man gesehen hat, der semiotische Dreischritt mit einer semiotischen Limeszahl abzuschliessen, denn die Triade, Trichotomie und trichotomische Triade sind die Grundbegriffe der Semiotik. Hiervon rührt auch die Idee, höhere Relationen könnten auf Triaden abgebildet werden. In Wahrheit ist die Semiotik ein hierarchisches System von Dreischritten mit den Limszahlen 3, 6, 9, ..., die jedesmal qualitative "Sprünge" (vgl. Kronthaler 1986, S. 93 ff.; Erné 1982, S. 263 denkt offenbar an "Würfe") INNERHALB eines semiotischen Zahlensystems haben und nicht ZWISCHEN Zahlensystemen wie das in der transfiniten Arithmetik der Fall ist. Auch in diesem Punkt zeigt also bereits die klassische Peircesche Semiotik klar polykontexturale Züge (vgl. Kronthaler 1986, S. 93).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Erné, Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die Semiotik und die natürlichen Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. 2009c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1978

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Balancierte und unbalancierte Nullzeichen-Klassen

1. In Toth (2008) wurden über- und unterbalancierte semiotische Systeme eingeführt, allerdings ohne das Nullzeichen zu berücksichtigen, das sich in natürlicher Weise ergebt, wenn man die Menge der Peirceschen Primzeichen (1, 2, 3) zur Potenzmenge erhöht. In diesem Aufsatz interessiert uns das Verhalten der erweiterten Peirceschen Zeichenklasse

ZR+ = (1, 2, 3, ∅) bzw.

ZR+ = (3.a 2.b 1.c ∅.d),

und zwar als tetradisch-trichotomisch und umgekehrt als triadisch-tetratomische Relation. Da ferner das Nullzeichen dreifach trichotomisch untergliedert ist, kann man auch alle Werte gleichzeitig in ZR+ hineinnehmen, wodurch sich eine hexadisch-trichotomische Zeichenrelation ergibt, die, wiederum dual, als triadisch-hexatomische erscheint. Obwohl natürlich auch die durch entsprechenden Realitätsthematiken thematisierten strukturellen Realitäten von grossem Interesse sind, beschränken wir uns hier auf den Nachweis der Zeichenklassen, aus denen sie ja problemlos erzeugt werden können. Wir gehen überall von der Gültigkeit der semiotischen Inklusionsordnung aus, d.h. also im Falle von tetradisch-trichotomischem ZR+ ($a \leq b \leq c$) und ensprechend angepasst bei den übrigen Varianten von ZR+.

2. Tetradisch-trichotomisches ZR+

ZR+ = (3.a 2.b 1.c ∅.d) mit a, b, c, d ∈ {.1, .2, .3}

1. (3.1 2.1 1.1 ∅.1)
2. (3.1 2.1 1.1 ∅.2)
3. (3.1 2.1 1.1 ∅.3)
4. (3.1 2.1 1.2 ∅.2)
5. (3.1 2.1 1.2 ∅.3)
6. (3.1 2.1 1.3 ∅.3)
7. (3.1 2.2 1.2 ∅.2)

8. (3.1 2.2 1.2 ∅.3)

9. (3.1 2.2 1.3 ∅.3)

10. (3.1 2.3 1.3 ∅.3)

11. (3.2 2.2 1.2 ∅.2)

12. (3.2 2.2 1.2 ∅.3)

13. (3.2 2.2 1.3 ∅.3)

14. (3.2 2.3 1.3 ∅.3)

15. (3.3 2.3 1.3 ∅.3)

3. Triadisch-tetratomisches ZR+

ZR+ = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {.∅, .1, .2, .3}

1. (3.∅ 2.∅ 1.∅)
2. (3.∅ 2.∅ 1.1)
3. (3.∅ 2.∅ 1.2)
4. (3.∅ 2.∅ 1.3)
5. (3.∅ 2.1 1.1)
6. (3.∅ 2.1 1.2)
7. (3.∅ 2.1 1.3)
8. (3.∅ 2.2 1.2)
9. (3.∅ 2.2 1.3)
10. (3.∅ 2.3 1.3)
11. (3.1 2.1 1.1)
12. (3.1 2.1 1.2)
13. (3.1 2.1 1.3)

14. (3.1 2.2 1.2)

15. (3.1 2.2 1.3)

16. (3.1 2.3 1.3)

17. (3.2 2.2 1.2)

18. (3.2 2.2 1.3)

19. (3.2 2.3 1.3)

20. (3.3 2.3 1.3)

4. Hexadisch-trichotomisches ZR+

ZR+ = (3.a 2.b 1.c ∅.d ∅.e ∅.f) mit a, ..., f ∈ {.1, .2, .3}

1. (3.1 2.1 1.1 ∅.1 ∅.1 ∅.1)
2. (3.1 2.1 1.1 ∅.1 ∅.1 ∅.2)
3. (3.1 2.1 1.1 ∅.1 ∅.1 ∅.3)
4. (3.1 2.1 1.1 ∅.1 ∅.2 ∅.2)
5. (3.1 2.1 1.1 ∅.1 ∅.2 ∅.3)
6. (3.1 2.1 1.1 ∅.1 ∅.3 ∅.3)
7. (3.1 2.1 1.1 ∅.2 ∅.2 ∅.2)
8. (3.1 2.1 1.1 ∅.2 ∅.2 ∅.3)
9. (3.1 2.1 1.1 ∅.2 ∅.3 ∅.3)
10. (3.1 2.1 1.1 ∅.3 ∅.3 ∅.3)
11. (3.1 2.1 1.2 ∅.2 ∅.2 ∅.2)
12. (3.1 2.1 1.2 ∅.2 ∅.2 ∅.3)
13. (3.1 2.1 1.2 ∅.2 ∅.3 ∅.3)
14. (3.1 2.1 1.2 ∅.3 ∅.3 ∅.3)

15. (3.1 2.1 1.3 ∅.3 ∅.3 ∅.3)

16. (3.1 2.2 1.2 ∅.2 ∅.2 ∅.2)

17. (3.1 2.2 1.2 ∅.2 ∅.2 ∅.3)

18. (3.1 2.2 1.2 ∅.2 ∅.3 ∅.3)

19. (3.1 2.2 1.2 ∅.3 ∅.3 ∅.3)

20. (3.1 2.2 1.3 ∅.3 ∅.3 ∅.3)

21. (3.1 2.3 1.3 ∅.3 ∅.3 ∅.3)

22. (3.2 2.2 1.2 ∅.2 ∅.2 ∅.2)

23. (3.2 2.2 1.2 ∅.2 ∅.2 ∅.3)

24. (3.2 2.2 1.2 ∅.2 ∅.3 ∅.3)

25. (3.2 2.2 1.2 ∅.3 ∅.3 ∅.3)

26. (3.2 2.2 1.3 ∅.3 ∅.3 ∅.3)

27. (3.2 2.3 1.3 ∅.3 ∅.3 ∅.3)

28. (3.3 2.3 1.3 ∅.3 ∅.3 ∅.3)

5. Triadisch-hexatomisches ZR+

ZR+ = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {.1, .2, .3, .∅1, .∅2, .∅3}

1. (3.∅1 2.∅1 1.∅1)
2. (3.∅1 2.∅1 1.∅2)
3. (3.∅1 2.∅1 1.∅3)
4. (3.∅1 2.∅2 1.∅2)
5. (3.∅1 2.∅2 1.∅3)
6. (3.∅1 2.∅3 1.∅3)
7. (3.∅2 2.∅2 1.∅2)

8. (3.∅2 2.∅2 1.∅3)

9. (3.∅2 2.∅3 1.∅3)

10. (3.∅3 2.∅3 1.∅3)

11. (3.1 2.1 1.1)

12. (3.1 2.1 1.2)

13. (3.1 2.1 1.3)

14. (3.1 2.2 1.2)

15. (3.1 2.2 1.3)

16. (3.1 2.3 1.3)

17. (3.2 2.2 1.2)

18. (3.2 2.2 1.3)

19. (3.2 2.3 1.3)

20. (3.3 2.3 1.3)

Literatur

Toth, Alfred, Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Doppelspuren, Treppen und dreidimensionale Peirce-Zahlen

1. Eine semiotische Spur hat die allgemeine Form

$Sp = A_{\rightarrow B}$

wobei Sp eine „unvollständige" bzw. in ihrem Urbildbereich unvollständige Funktion ist, ein „gerichtetes Objekt" mit einem probabilistisch, evtl. „unscharf" (fuzzy) bestimmbaren Codomänenbereich, die man vielleicht auch mit Prioritäten darstellen könnte. Z.B. ist eine Spur von (2.1)

$Sp(2.1)\ 2_{\rightarrow\{(.1),(.2),(.3)\}}$

so dass man, mit einer gewissen Vorsicht, also sagen könnte, die Spur eines Icons sei ein gerichtetes Objekt, d.h. ein Subzeichen, dessen Abbildungsfunktion war zur Codomäne eines Icons, aber auch eines Indexes oder Symbols führen könne.

Da wir nun aber auch Spuren der allgemeinen Formen

$\varnothing_{\rightarrow B}$ sowie $B_{\rightarrow\varnothing}$

haben, worin das $\varnothing_i \in \{\varnothing.1, \varnothing.2, \varnothing.3\}$ spezifiziert werden muss, empfiehlt sich eine verallgemeinerte Einführung von Spuren mit und ohne Nullzeichen als Bi-Spuren (vgl. Toth 2009a, b), d.h. in der Form

$Bi\text{-}Sp = A_{\rightarrow B\rightarrow C}$

wobei gilt

$(1 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (1 \rightarrow 1)$

$(1 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 2)$

$(1 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow 3)$

$(2 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (2 \rightarrow 1)$

$(2 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (2 \rightarrow 2)$

$(2 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (2 \rightarrow 3)$

$(3 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (3 \rightarrow 1)$

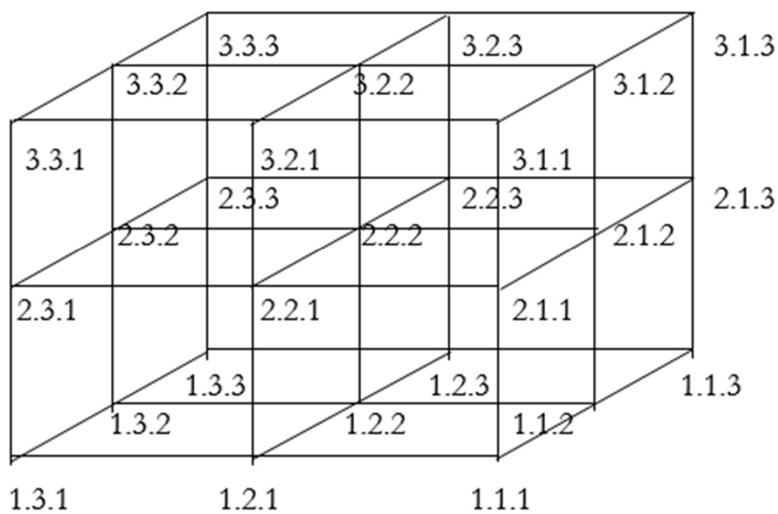
$(3 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (3 \rightarrow 2)$

$(3 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (3 \rightarrow 3)$.

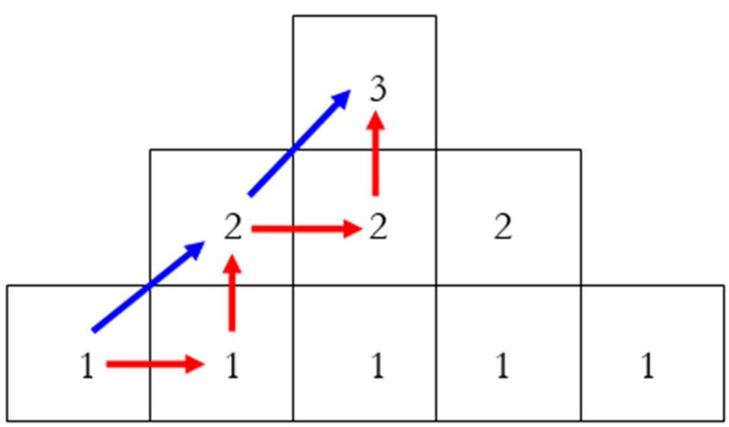
2. Nun ist es aber so, dass die Bi-Spur allgemein genug ist zur Definition 3-dimensionaler Subzeichen, wie sie für den sog. Stiebingschen Zeichenkubus verwendet werden (vgl. z.B. Toth 2008a). Ein 3-dimensionales Subzeichen hat die allgemeine Form

3-SZ = (a.b.c),

wobei a die Dimensionszahlen $\in \{1, 2, 3\}$ sind, b die triadischen Haupt- und c die trichotomischen Stellenwerte (vgl. Stiebing 1978, S. 77):



3. Nimmt man nun das in Toth (2009b) eingeführte Treppenmodell



dann entspricht der rot eingezeichnete Pfad dem Aufbau der triadischen Hauptrelation, d.h. der triadischen Peirce-Zahlen-Reihe

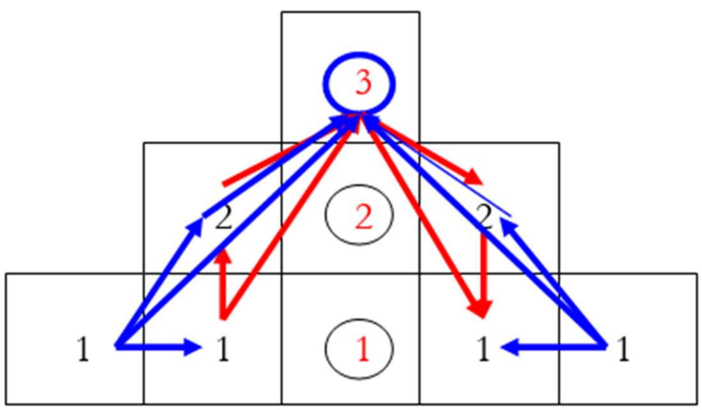
TdP = $((1) \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (2 \rightarrow 3)))$

während der blaue, direkte Pfad das 3-dimensionale Subzeichen (a.b.c) mit dim(a) = 1, TdP(b) = 2 und TtP(c) = 3 darstellt. Somit korresponideren also 3-dimensionales Subzeichen-Modell, Treppenmodell und Spurenmodell.

Will man nun die ersten Subzeichen des Stiebingschen Zeichenkubus mit Hilfe des Treppenmodell darstellen, kann man dies z.B. folgendermassen tun: rot eingezeichnet sind die Subzeichen, denn man kann ja 3-dimensionale Primzeichen als

3-SZ = (a.(b.c)),

d.h. als Einbettung einer Dimensionszahl a in eine dyadische Subzeichen-relation, bestimmen:



Rot ist also der Aufbau der der Subzeichen im Treppenmodell, und zwar nach nicht-dualen (links) und dualen (rechts) getrennt. Selbstduale Subzeichen sind eingekreist.. In blau sind die Verbindungen zwischen den Dimensionszahlen und den 9 möglichen Subzeichen.

4. Nun kann man natürlich in 3-dimensionalen Zeichenklassen der allgemeinen Form

3-Zkl = (a.3.b) (c.2.d) (e.1.f), mit a, c, e $\in$ dim(Z) und b, d, f $\in$ {.1, .2, .3} = TtP die Dimensionen im Prinzip frei bestimmen. Nichts spricht ja a priori dagegen, dass eine Zeichenklasse z.B. gleichzeitig in 3 verschiedenen Dimensionen liegt. Allerdings kann man das Treppenmodell auch dazu benutzen, zwischen den in Toth (2008b) eingeführten adhärenten und inhärenten Dimensionszahlen zu unterscheiden. Eine semiotische Dimensionszahl heisst adhärent, wenn gilt

dim(Z) = TdP,

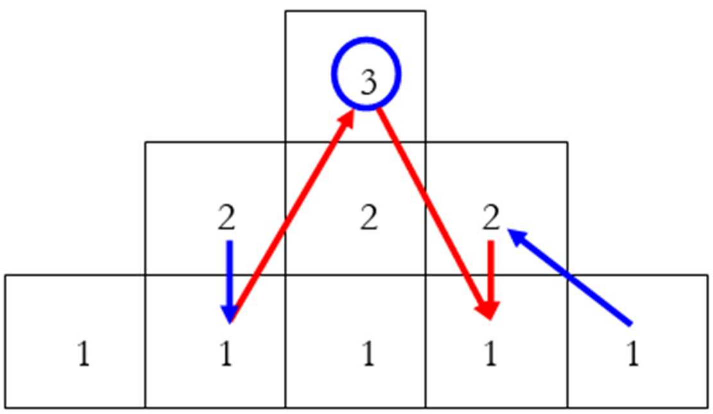
und sie heisst inhärent, wenn gilt

dim(Z) = TtP.

In einer 3-dim-Zeichenklasse wie z.B.

(3.3.1) (1.2.1) (2.1.3)

ist dann dim(3) = TdP, dim(1) = Ttp, dim(2) $\neq$ TdP $\wedge$ dim(2) $\neq$ TtP. Diese Zeichenklasse sieht also mit dem Treppenmodell dargestellt wie folgt aus:



Literatur

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Inhärente und adhärente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Eine einheitliche Begründung der Semiotik auf der Basis von Bi-Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Spur, Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik

1. Bereits in Toth (2009) wurde darauf hingewiesen, dass wir innerhalb von Zeichenklassen und ihre dualen Realitätsthematiken zwei verschiedene Arten von Ordnungstypen innerhalb der von Bense so genannten Primzeichen (Bense 1980) oder der von mir sogenannten Peirce-Zahlen antreffen. Wenn man sich vergegenwärtigt, dass die triadische Peircesche Zeichenrelation das folgende Ordnungsschema aufweist (vgl. Bense 1979, S. 67):

$ZR(td.) = ((M) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$, d.h.

$ZR(td.) = (1 \rightarrow (2 \rightarrow 3))$,

während die trichotomische Zeichenrelation einer allgemeinen Zeichenklassen

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

die Ordnung ($a \leq b \leq c$) aufweist, so steht also die irreflexive und asymmetrische Ordnung der triadischen Peirce-Zeichen der reflexive und symmetrischen Ordnung der trichotomischen Peirce-Zeichen gegenüber:

$td\mathbb{P} = (<, \mathbb{N})$

$tt\mathbb{P} = (\leq, \mathbb{N})$.

2. Dennoch fallen aber beiden „Ordnungstypen" (Hausdorff) der Peirce-Zeichen insofern aus dem Rahmen, als die üblichen arithmetischen Operationen über $\mathbb{N}$

$1 + 1 = 2$

$1 + 2 = 3 = 2 + 1$, usw.

semiotisch sinnlos sind, da man nicht einfach zwei Mittelbezüge addieren kann, um etwas ganz anderes, d.h. einen Objektbezug zu erhalten, oder einen Objekt- und einen Mittelbezug addieren kann, um einen Interpretantenbezug zu bekommen.

Dennoch wissen wir im Anschluss an Beckmann, Berger, Walther (1979, S. 135 ff.) und Toth (2008), dass die zehn Peirceschen Zeichenklassen einen Verband definieren und dass daher die folgenden verbandstheoretischen (booleschen) Operationen funktionieren:

$1 \sqcap 1 = 1$

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$1 \sqcup 1 = 1$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man natürlich auch die beiden Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$\mathrm{Td}\mathbb{P} \quad = (1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(\mathrm{Td}\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1)$

$\mathrm{Tt}\mathbb{P} \quad = (1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(\mathrm{Tt}\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1)$

3. Trotzdem ist es mit Hilfe der für Peirce-Zahlen gültigen Operationen unmöglich, von einer Erstheit zu einer Zweitheit oder Drittheit oder von einer Zweitheit zu einer Drittheit (und jeweils umgekehrt) zu gelangen. Bense hatte sich schon sehr früh damit beholfen, dass er – wohl in Voraussicht auf die Unterscheidung von zwei Ordnungstypen der Peirce-Zeichen – zwischen „koordinativen" und „selektiven" generativ-semiosischen sowie degenerativ-retrosemiosischen Operationen unterschieden hatte (vgl. Toth 2008, S. 13). Koordination ist also jene Operation, welche die Sukzession $\sigma(n) = n + 1$ für jede triadische Peirce-Zahl n, beginnend mit $n = 1$ liefert. Da das Nullzeichen original aber nicht definiert ist in der triadischen Peirceschen Zeichenrelation, kann 1 selbst nicht hergestellt, sondern muss „thetisch eingeführt" werden, d.h. es muss eine gesonderte Operation angenommen werden (vgl. Toth 2008, S. 15). Da für die Koordinationsoperation seit Bense das Zeichen $\mapsto$ verwendet wird, haben wir also

$\mathrm{ZR} = 1. \mapsto 2. \mapsto 3.$, bzw.

$\mathrm{td}\mathbb{P} = (\mapsto, \mathbb{N})$

Für die Selektionsoperation verwendet Bense das leider irreleitende Zeichen $>$, das, wie oben gezeigt, dasselbe wie $\leq$ bedeutet:

$ZR = .1 > .2 > .3$

$td\mathbb{P} = (>, \mathbb{N})$.

Die Unterscheidung zwischen „Koordination“ und „Selektion“ (auch wenn diese Begriffe mathematisch nichtssagend sind) ist wichtig, um es nochmals hervorzuheben, denn die lineare Progression der der Triaden ist ja wie folgt

$td\mathbb{P} = 1 \mapsto 2 \mapsto 3 \mapsto ...$

während diejenige der Trichotomien wie folgt ist

$$tt\mathbb{P} = \begin{array}{l} 1 > 1 \;/\; 1 > 2 \;/\; 1 > 3 \\ 2 > 2 \;/\; 2 > 3 \\ 3 > 3 \end{array}$$

Man würde also besser z.B. die Zeichen ↱ und |↱ wählen, um mit ersterer die Progression der $td\mathbb{P}$ und mit letzterer diejenige der $tt\mathbb{P}$ zu bezeichnen:

ZR = 1. ↱ 2. ↱ 3., bzw.

$td\mathbb{P}$ = (↱, $\mathbb{N}$)

ZR = 1. |↱ 2. |↱ 3., bzw.

$tt\mathbb{P}$ = (|↱, $\mathbb{N}$)

Wenn Bense also, wie er dies an mehreren Stellen tat, z.B. in (1979, S. 45; 1981, S. 39) das Nachfolger-Ordnungsprinzip der Peanozahlen

1, 2, 3, ...

1, 11, 111, ...

mit denjenigen der Primzeichen (1975, S. 167 ff.) gleichsetzte (vgl. auch 1983, S. 192 ff.), dann ist das 1. falsch – denn es gibt ja – wie oben gezeigt, keine Operation, um durch Addition von Monaden Dyaden oder von Monaden und

Dyaden Triaden zu erzeugen, und 2. vergisst Bense zu sagen und zu begründen, dass die von ihm eher provisorisch eingeführten Operationen Koordination und Selektion im Gegensatz zu den rein quantitativen verbandstheoretischen Operationen QUALITATIV sind. D.h. (polykontextural-) arithmetische Operationen wie

$M + M = ?$ $\quad$ $1 + 1 = ?$

$O + O = ?$ $\quad$ $2 + 2 = ?$

$I + I = ?$ $\quad$ $3 + 3 = ?$

$M + M + M = ?$ $\quad$ $1 + 1 + 1 = ?$

$M + O = ?$ $\quad$ $1 + 2 = ?$

$O + I = ?$ $\quad$ $2 + 3 = ?$

involvieren jenen „qualitativen Sprung“, von dem Kierkegaard gesprochen hatte: “Die Sünde kommt also hinein als das Plötzliche, d.h. durch einen Sprung; aber dieser Sprung setzt zugleich die Qualität; doch indem die Qualität gesetzt ist, ist im selben Augenblick der Sprung in die Qualität hineinverflochten und von der Qualität vorausgesetzt und die Qualität vom Sprunge” (1984, S. 32). Kurz gesagt: Die Semiotik besteht aus zwei Zahlensorten:

$td\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$ und $td\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$,

aus den quantitativen booleschen Operatoren

$\sqcap, \sqcup, \sqsubset, \sqsupset, =,$

sowie aus den qualitativen Operatoren

↱, |↱,

und damit ist einmal mehr als ein quantitativ-qualitatives Teilgebiet der Mathematik nachgewiesen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kierkegaard, Søren, Der Begriff Angst. Frankfurt am Main 1984

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die Matrizen der tetradischen semiotischen Gruppen

1. Wie aus Toth (2008, S. 39 ff.) hervorgeht, wo die 3 semiotischen triadischen (abelschen) Gruppen, ihre 3 kommutativen und 6 nicht-kommunikativen Quasigruppen, semiotische Loops sowie die Orthogonalitätsbedingung der semiotischen Quasigruppen untersucht worden waren, sind wir in der gruppentheoretischen Semiotik, unabhängig von der relationalen Valenz der zugrunde liegenden Zeichendefinition, vor allem an Matrizen interessiert, welche identische Nebendiagonalen haben. Bei den triadischen Gruppen sind dies also die drei Fälle (1-1-1), (2-2-2) und (3-3-3), die in je zwei Matrizen aufscheinen, welche die Konstruktionsprinzipien für die semiotischen Gruppen wie die kommutativen Quasigruppen enthalten.

2. Bei den tetradischen Gruppen gehen wir aus von der in Toth (2009) eingeführten tetradischen Zeichenklasse

ZR+ = (.3., .2., .1., .0.),

sie ist eine legitime Erweiterung der Peirceschen Zeichendefinition, da die leere Menge, die wir als Nullzeichen definiert hatten, Teilmenge jeder Menge und somit auch derjenigen der Primzeichen (Bense 1980) ist. Wenn wir also tetradische Matrizen aus ZR+ herstellen wollen, können wir z.B. von Matrizen mit konstanter Nebendiagonale (0-0-0-0) ausgehen und also alle 6 Permutationen der verbleibenden 3 Primzeichen, d.h.

1-2-3

1-3-2

2-3-1

2-1-3

1-3-2

1-2-3

in der 1. Zeile der Matrix mit jeder dieser 6 Permutationen in der 4. Zeile kombinieren und bekommen so 36 tetradische Matrizen mit Nebendiagonale 0.

3. Das Problem ist nur, dass wir auf diese Weise zu viele, darunter wertlose, Matrizen bekommen, nämlich solche, die keine lateinischen Quadrate sind, d.h. solche, bei denen ein Primzeichen mehrmals in einer Zeile oder Spalte auftaucht; vgl. z.B.

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 0 \\ & 3 & 0 & \\ & 0 & & \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 0 \\ & & 0 & \\ & 0 & & \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 0 \\ & & 0 & \\ & 0 & & \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{array}$$

Umgekehrt gibt es ferner Kombinationen von 1. und 4. Zeilen, die zu zwei und nicht nur einer Matrize führen, vgl. z.B.

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \end{array}$$

Natürlich wiederum mit der Einschränkung, dass mit dieser Methode erneut einerseits zu viele, anderseits zu wenige Matrizen aufscheinen, können wir dasselbe Verfahren anschliessend für die Primzeichen 1, 2 und 3 als konstante Nebendiagonal-Werte anwenden.

Will man also ganz sicher gehen, so konstruiert man die lateinischen Quadrate, wie man es gelernt hat, d.h. also, man schreibt für ein n-Quadrat die Zahlenfolge 1 ... n einmal als Zeile und einmal als Spalte und erhält so automatisch konstante Nebendiagonalen. Im tetradischen Fall also:

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ b & c & d & a \\ c & d & a & b \\ d & a & b & c \end{array}$$

Nun kann man also eifnach d = 0 (oder = 1, = 2, = 3) setzen und käuft somit keine Gefahr mehr, durch Permutationen bedingt Überestimmungen bei Transpositionen wie z.B. (213/312) zu haben:

4. Nebendiagonale d = 0

a = 1, b = 2 c = 3	a = 1, b = 3, c = 2
1 2 3 0	1 3 2 0
2 3 0 1	3 2 0 1
3 0 1 2	2 0 1 3
0 1 2 3	0 1 3 2
a = 2, b = 3, c = 1	a = 2, b = 1, c = 3
2 3 1 0	2 1 3 0
3 1 0 2	1 3 0 2
1 0 2 3	3 0 2 1
0 2 3 1	0 2 1 3
a = 3, b = 1, c = 2	a = 3, b = 2, c = 1
3 1 2 0	3 2 1 0
1 2 0 3	2 1 0 3
2 0 3 1	1 0 3 2
0 3 1 2	0 3 2 1

5. Nebendiagonale $d = 1$

$a = 0, b = 2\ c = 3$	$a = 0, b = 3, c = 2$
0 2 3 1	0 3 2 1
2 3 1 0	3 2 1 0
3 1 0 b	2 1 0 3
1 0 2 3	1 0 3 2
$a = 2, b = 3, c = 0$	$a = 2, b = 0, c = 3$
2 3 0 1	2 0 3 1
3 0 1 2	0 3 1 2
0 1 2 3	3 1 2 0
1 2 3 0	1 2 0 3
$a = 3, b = 2, c = 0$	$a = 3, b = 0, c = 2$
3 2 0 1	3 0 2 1
2 0 1 3	0 2 1 3
0 1 3 2	2 1 3 0
1 3 2 0	1 3 0 2

6. Nebendiagonale d = 2

a = 0, b = 3, c = 1

0 3 1 2
3 1 2 0
1 2 0 3
2 0 3 1

a = 0, b = 1, c = 3

0 1 3 2
1 3 2 0
3 2 0 1
2 0 1 3

a = 1, b = 3, c = 0

1 3 0 2
3 0 2 1
0 2 1 3
2 1 3 0

a = 1, b = 0, c = 3

1 0 3 2
0 3 2 1
3 2 1 0
2 1 0 3

a = 3, b = 0, c = 1

3 0 1 2
0 1 2 3
1 2 3 0
2 3 0 1

a = 3, b = 1, c = 0

3 1 0 2
1 0 2 3
0 2 3 1
2 3 1 0

7. Nebendiagonale d = 3

a = 0, b = 1, c = 2	a = 0, b = 2, c = 1
0 1 2 3	0 2 1 3
1 2 3 0	2 1 3 0
2 3 0 1	1 3 0 2
3 0 1 2	3 0 2 1

a = 1, b = 0, c = 2	a = 1, b = 2, c = 0
1 0 2 3	1 2 0 3
0 2 3 1	2 0 3 1
2 3 1 0	0 3 1 2
3 1 0 2	3 1 2 0

a = 2, b = 0, c = 1	a = 2, b = 1, c = 0
2 0 1 3	2 1 0 3
0 1 3 2	1 0 3 2
1 3 2 0	0 3 2 1
3 2 0 1	3 2 1 0

Es gibt also total, wie erwartet, 24 lateinische Quadrate und damit 12 semiotische tetradische abelsche Gruppen und 12 kommutative Quasigruppen. Da wir uns mit ihnen noch detailliert befassen werden, brechen wir hier diese Einführung ab.

Literatur

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: As Semeiotica III/3, 1980, S. 287-294

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. aufl. 2008

Toth, Alfred, Eine symmetrische, nicht-quadratische semiotische Matrix und ihre Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Ein semiotischer Raum mit Nullzeichen-Positionen

1. Die bekannte Peircesche Zeichenklasse ist bekanntlich 2-dimensional

2-Zkl = (3.a 2.b 1.c)

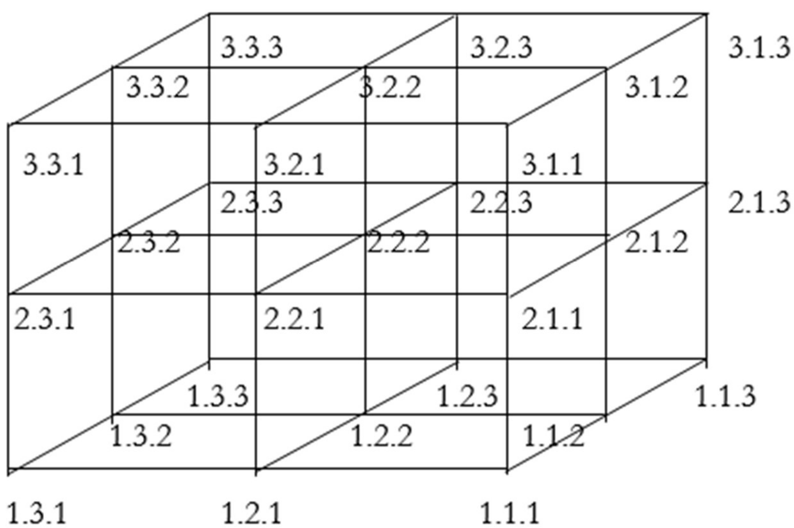
Wie in Toth (2009) gezeigt wurde, ist es aber möglich, das Nullzeichen in jede Zeichenklasse einzubetten, da die leere Menge ja Teilmenge jeder Menge ist:

2-Zkl+ = (3.a 2.b 1.c 0.d)

Nun wurde auf der Basis von 2-Zkl bereits in den 70er Jahren ein 3-dimensionaler semiotischer Raum konstruiert, der auf 3-dimensionalen Subzeichen beruht:

3-Zkl = (a.3.b c.2.d e.1.f),

wobei a, c, e die Dimensionszahlen sind (vgl. Stiebing 1978, S. 77):



2. Entsprechend ist es nun möglich, auch 2-Zkl zu einer 3-dimensionalen Zeichenklasse zu erweitern:

2-Zkl* = (a.3.b c.2.d e.1.f g.0.h)

Bevor wir aber daran gehen, das dem Stiebingschen Zeichenkubus entsprechende erweiterte 3-dimensionalen Zeichenmodell zu konstruieren, sei daran erinnert, dass die Matrix von 2-Zkl+ eine "Polstelle", besser: eine nicht-definierte Stelle besitzt:

	∅	1	2	3
∅	*∅.∅	∅.1	∅.2	∅.3
1	1.∅	1.1	1.2	1.3
2	2.∅	2.1	2.2	2.3
3	3.∅	3.1	3.2	3.3,

d.h. *(0.0) ist nicht definiert, da Kategorialzahl nicht iterierbar sind (Bense 1975, S. 66), und zwar deshalb nicht, weil 0-relationale Gebilde ja Objekte sind und Objekte nicht iteriert werden können, d.h. man kann wohl ein "Zeichen eines Zeichens" bilden, aber nicht einen "Stein eines Steines".

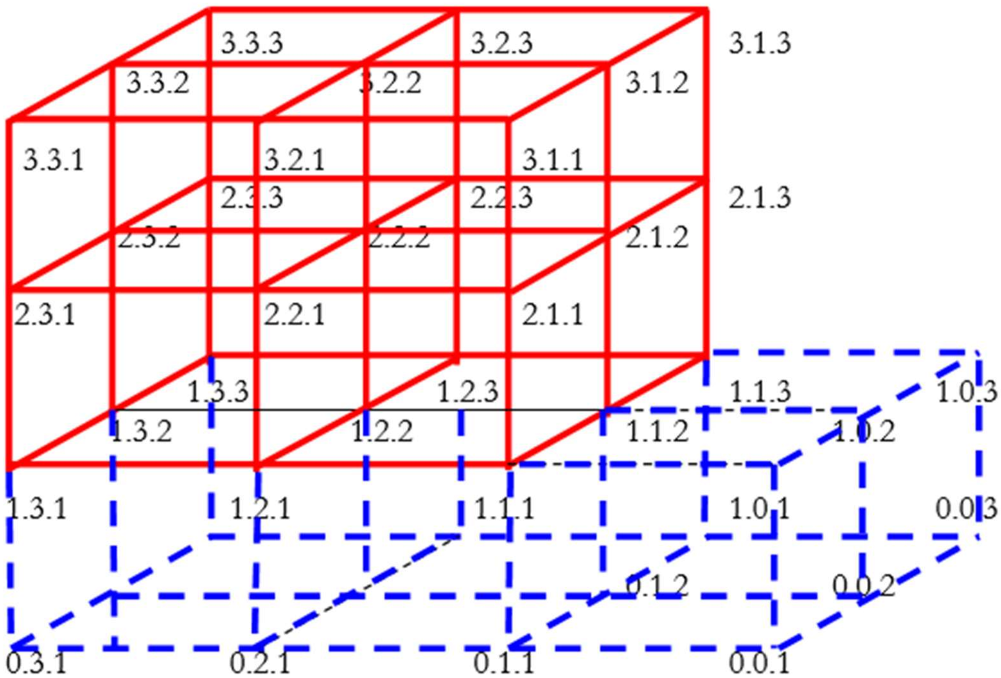
Daraus folgt also für 3-ZR+ sowie in Sonderheit wie dessen kubisches Modell, dass 3-dimensionale Subzeichen der Form

*(a.0.0)

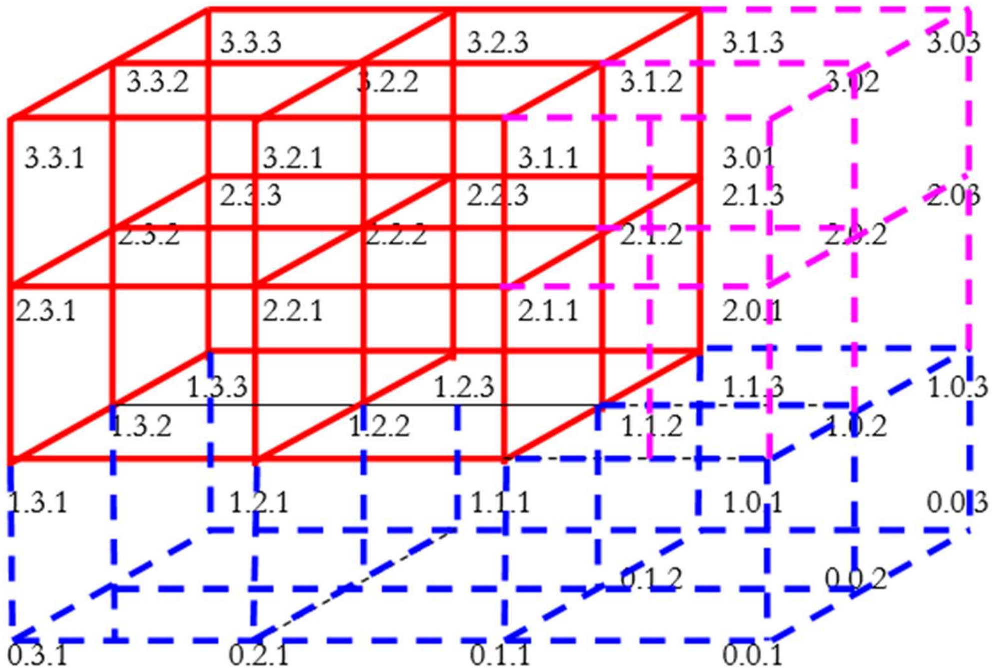
verboten sind. Erlaubt sind somit nur nullzeichenhaltige 3-dimensionale Subzeichen der Formen

(0.0.a) und (0.a.0),

also mit adjazenten Nullwerten nur dort, wo ein Nullwert Dimensionszahl ist. Diese Einschränkungen haben nun beträchtlichen Einfluss auf die Konstruktion eines erweiterten Zeichen-Kubus über 3-Zkl+:



Weil 3-SZ der Gestalten (0.0.a) und (0.a.0), erlaubt sind, ergibt sich rechts eine Art von Podest als Erweiterung des ursprünglichen Zeichenkubus. Ferner ergibt sich eine Art von „Keller" unterhalb des „Hauses" des ursprünglichen Kubus, dessen Subzeichen die Form (0.a.b) haben. Allerdings erhebt sich nun die Frage, ob dieses Podest auf der rechten Seiten im „Regen" stehen soll oder nicht besser zur Höhe des übrigen „Gebäude"-Teils hochgezogen werden soll. Tun wird das, so kommen weitere Subzeichen der Form (a.0.b) hinzu:



und wir erhalten einen vollständigen tetradischen Zeichenkubus, deren nullzeichenhaltige Subzeichen die Formen (0.a.b), (a.0.b), (a.b.0), (0.0.a) oder (o.a.0) haben, wobei ihre Mengen für alle a, b $\in$ {0, 1, 2, 3} vollständig sind, ohne dass gegen die Einschränkung *(a.0.0) verstossen wurde. Wo würde *(a.0.0.) liegen?

Literatur

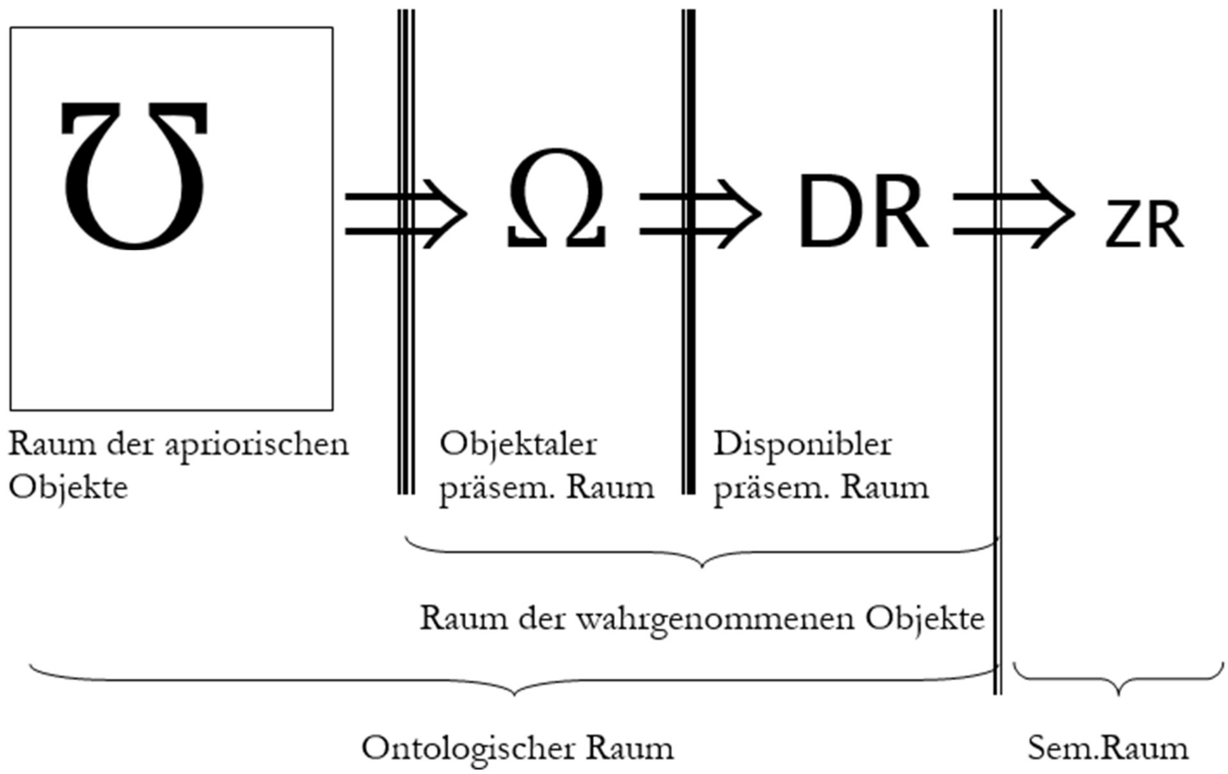
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Gibt es überhaupt einen präsemiotischen Raum?

1. Das letzte ausführliche Modell der Semiose oder Zeichengenese, das ich entworfen habe, setzt folgende Aufeinanderfolge topologischer Räume zwischen Apriorität und Semiotizität voraus (Toth 2009a):



Danach ist jedes Gebilde eine Semiotik, welche das geordnete Quadrupel

Σ = <{Ʊ}, {Ω}, {DR}, {ZR}>

erfüllt. (Wegen der Notation erinnere man sich daran, dass man jedes Element durch Mengenbildung zu einem topologischen Raum erklären kann.)

Im obigen Modell wird also, grob gesagt, davon ausgegangen, dass es einen prinizipiell unserer Wahrnehmung entzogenen Raum apriorischer Objekte gibt, deren Objekte uns nur durch die Filter unserer Wahrnehmung zugänglich sind. Dieses erste Filtersystem wird also in der obigen Modelldarstellung durch die „scharfe“ Kontexturgrenze“

{Ʊ} ||| {Ω}

dargestellt. Als wahrgenommene sind die ursprünglich apriorischen Objekte daher bereits aposteriorisch. Ferner wird, u.a. in Übereinstimmung mit Joedicke (1985, S. 10) eine zweite Filterung durch „subjektive Variable“ angenommen (die u.a. für kultur-, geschlechter-, altersspezifische u.a. „phylogenetische“ Formen von Wahrnehmung verantwortlich sind). Dieses zweite Filtersystem operiert also beim der „schwächeren“ Kontexturgrenze

$\{\Omega\} \parallel \{DR\}$,

womit wir vom aposteriorischen Raum in den präsemiotischen Raum kommen. Schliesslich trennt den präsemiotischen vom semiotischen Raum eine „schwache“ Kontexturgrenze, die bisher einzig bekannte Kontexturgrenze zwischen Zeichen und (bezeichnetem) Objekt

$\{DR\} \mid \{ZR\}$.

2. An dieser Stelle wollen wir jedoch bedenken, mit welcher Art von „Objekten“ wir es in den vier Mengen des semiotischen Quadrupels $\Sigma = <\{\mho\}, \{\Omega\}, \{DR\}, \{ZR\}>$ zu tun haben. Nach Toth (2009a) sind sie wie folgt definiert:

$\{\mho\} = \{\{<\Omega_{(.)i(.)}, \Omega_{(.)j(.)}{}^{\circ}>\}\}$

$\{\Omega\} = \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}$

$\{DR\} = \{M^{\circ}, O^{\circ}, I^{\circ}\}$

$\{ZR\} = \{M, O, I\}$

Nun gilt aber nach Toth (2009b)

$\emptyset.M \equiv \mathcal{M}$

$\emptyset.O \equiv \Omega$

$\emptyset.I \equiv \mathcal{I}$.

Ferner gilt aufgrund von Bense (1975, S. 66) nach der Bestimmung, dass „Kategorialzahlen auf die Werte $k = 1, 2, 3$ beschränkt und nie den Wert $k = 0$“ erhalten:

$\varnothing.M \equiv M°$

$\varnothing.O \equiv O°$

$\varnothing.I \equiv I°$,

denn bei den Nullzeichen handelt es sich ja ebenso wie bei den „disponiblen Kategorien“ (Bense 1975, S. 45) um 0-stellige Relationen und damit um nichts anderes als um Objekte.

Wegen der Identitäten folgt nun aber

$\{\mho\} = \{\{<\Omega_{(.)i(.)}, \Omega_{(.)j(.)}°>\}\}$

$\{DR\} \equiv \{\Omega\} = \{M°, O°, I°\} \equiv \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}$

$\{ZR\} = \{M, O, I\}$,

wodurch mit den disponiblen Kategorien also der präsemiotische Raum verschwindet. Im neuen Semiosen-Modell werden damit apriorische Objekte auf aposteriorische abgebildet, da aber damit auch die Kontrexturgrenze

$\{DR\} \mid \{ZR\}$.

aufgehoben wird, werden die verbleibenden zwei Kontexturgrenzen durch die in ihrer „Stärke“ angepassten

$\{\mho\} \parallel \{\Omega\}$

$\{\Omega\} \mid \{ZR\}$

ersetzt, d.h. es gibt jetzt nur noch eine „starke“ Kontexturgrenze zwischen apriorischem und aposteriorischem Raum und eine „schwache“ Kontexturgrenze zwischen aposteriorischem und semiotischem Raum.

3. Diese durch den Wegfall des präsemiotischen Raumes implizierte Vereinfachung bzw. Verkürzung der Semiose vom Objekt zum Zeichen hat allerdings eine empfindliche Konsequenz zur Folge, denn aus dem Quadrupel, verkürzt zum Tripel

$\Sigma^* = <\{\mho\}, \{\Omega\}, \{ZR\}>$

folgt nun, dass zwar das eine rein sinnliche Filtersystem auf der starken Kontexturgrenze

$\{\mho\} \parallel \{\Omega\}$,

operiert, dass aber das auf subjektiven Variablen operierende Filtersystem nicht mit der schwachen Kontexturgrenze zusammenfällt, da die subjektive Filterung im einklang mit Joedicke (1985, S. 10) dem Anfang der Semiose präexistent ist, d.h. dass vielmehr wegen der Absorption

$\{\Omega\} \leftarrow \{DR\}$

die Menge $\{\Omega\}$ der aposteriorischen Objekte bereits gefiltert sein muss. Damit sind ihre Objekte aber alles andere als „arbiträr" im Sinne Saussures, sondern einerseits durch die in der starken Kontexturgrenze vollzogene objektiv-sinnliche Filterung sowie anderseits durch den Absorptionsprozess subjektiv-individuell bereits „imprägniert", und zwar wird man ihre erkenntnistheoretische Stellung am besten entweder mit der Benseschen „Werkzeugrelation" (Bense 1981, S. 33) oder durch die Götzsche „präsemiotische Trichotomie" von „Sekanz, Semanz, Selektanz" beschreiben können. Im Falle der Werkzeugrelation ist damit also ein Objekt bereits vor der Semiose hinsichtlich etwa seiner Form, seiner Gestalt und seiner Funktion prädeterminiert. Im Falle der präsemiotischen Trichotomie trägt das Objekt bereits die Spuren von Qualität als Sekanz (d.h. der Fähigkeit, zwischen einem materialen Mittel, das der Bezeichnung zugeführt werden soll und dem Mittel als purem Objekt zu unterscheiden), von Quantität als Semanz (d.h. der durch quantitativen Vergleich initiierten Bedeutungshaftigkeit von mindestens zwei Objekten) sowie von Relation(alität) als Selektanz (d.h. der durch die Anordnung von mindestens drei Objekten inaugurierten Möglichkeit, zwischen ihnen aufgrund von Qualität und Quantität zu unterscheiden). Kurz gesagt: Man kann hier zu Novalis bzw. zu meinem Buch (Toth 2008) zurückkehren und einen „sympathischen Abgrund" zwischen Objekt und Zeichen annehmen. Umgekehrt gesagt: Eine Semiotik, welche die Arbitrarität des „Bandes" zwischen Zeichen und Objekt postuliert, ist spätestens vor dem Hintergrund der modernen Kognitionsforschung, welche zwei Filtersysteme zwischen den apriorischen

Objekten und den Zeichen, als welche sie uns am Ende jeder Semiose (d.h. also auch der Perzeptionssemiose) im Gehirn aufleuchten, schlichtweg falsch.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Joedicke, Jürgen, Raum und Form. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Ontologie und Semiotik IV: die Ent-Stehung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Transformationsmatrix anstatt Zeichenrelation als Basis fü die Semiotik? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Triadische Objekte und Nullzeichen

1. Nach einem früheren Aufsatz (Toth 2009a) kehre ich noch einmal zu einer sonst nie gewürdigten Passage im „Wörterbuch der Semiotik" zurück: „Wenn mit Peirce ein Zeichen ein beliebiges Etwas ist, das dadurch zum Zeichen erklärt wird, dass es eine triadische Relation über M, O und I eingeht, so ist zwar das Zeichen als solches eine triadische Relation, aber der Zeichenträger ein triadisches Objekt, ein Etwas, das sich auf drei Objekte (M, O und I) bezieht" (Bense/Walther 1973, S. 71). Nach dem, wie Bense das triadische Objekt bestimmt, bekommt man den Eindruck, ein Objekt werde erst dann triadisch, nachdem es zum Zeichen erklärt worden ist, d.h. nach abgeschlossener Semiose. und sozusagen rückbezüglich. Dass das nicht so ist (und vielleicht nicht so intendiert ist), wird hier in aller Kürze gezeigt.

2. Zunächst folgt aus der Menge der Primzeichen

$ZR = (M, O, I)$,

dass man diese ohne Probleme erweitern kann zu

$ZR+ = (M, O, I, \varnothing)$,

da die leere Menge Teilmenge jeder Menge ist. Da ferner gilt

$f: \varnothing \rightarrow A$,

haben wir

$\varnothing \rightarrow M$

$\varnothing \rightarrow O$

$\varnothing \rightarrow I$

genauso, wie ja die 9 Subzeichen der semiotischen Matrix entstehen durch die Abbildungen

$M \rightarrow M \qquad O \rightarrow M \qquad I \rightarrow M$

$M \rightarrow O \qquad O \rightarrow O \qquad I \rightarrow O$

$M \rightarrow I \qquad O \rightarrow I \qquad I \rightarrow I.$

Nun gilt aber (vgl. Toth 2009b)

$\varnothing.M \equiv \mathcal{M}$

$\varnothing.O \equiv \Omega$

$\varnothing.I \equiv \mathcal{I}$,

d.h. $\varnothing$ ist als 0-stellige Relation ein Objekt. Wegen der drei Abbildungen von $\varnothing$ auf die drei Fundamentalkategorien des Zeichens ist es damit aber auf jeden Fall ein triadisches Objekt, und zwar ganz egal, ob es, wie bei Bense (1973, S. 71), als $\mathcal{M}$, d.h. als Zeichenträger, als Ω, d.h. das externes, reales Objekt, oder als $\mathcal{I}$, d.h. als realer Interpret fungiert.

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Triadische Zeichen und triadische Objekte. Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Transformationsmatrix anstatt Zeichenrelation als Basis fü die Semiotik? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Subzeichen, Nullzeichen enthaltend

1. Im 3-dimensionalen semiotischen Raum, dessen ursprüngliches Modell und Vorbild der Stiebingsche Zeichenkubus ist (vgl. Stiebing 1978, S. 77), hat jedes Subzeichen die allgemeine Form

3-SZ = (a.b.c),

wobei a eine Dimensionszahl, b ein triadischer Hauptwert und c ein trichotomischer Stellenwert ist. Nun kann theoretisch an jeder Stelle ein Nullzeichen (Toth 2009)

$\varnothing \equiv (.)0(.)$

zu stehen kommen. Allerdings ist nach einem Theorem von Bense die verdoppelte (iterative) Okkurenz von (0.0) für Kategorialzahlen verboten (Bense 1975, S. 66), denn das Nullzeichen steht für eine 0-stellige Relation, 0-stellige Relationen aber sind nichts anderes als Objekte, und Objekte kann man nicht iterieren. So kann man zwar vom „Zeichen eines Zeichens“ sprechen, aber die Vorstellung des „Steins eines Steins“ ist sinnlos.

2. Demzufolge kann in 3-SZ alle Kombinationen von Nullzeichen mit Ausnahme von (0.0) aufscheinen; das gilt allerdings nur dann, wenn die erste Null triadisch und die zweite trichotomisch ist, denn sobald eine Dimensionszahl involviert ist, spricht nichts gegen die Form (0.0), vgl.

(0.0.a) – erlaubt (0 = Dimensionszahl)

(a.0.0) – verboten (a = Dimensionszahl)

Insgesamt haben wir es mit folgenden Kombinationen von einem oder zwei Nullzeichen in 3-SZ zu tun, die im Laufe einer semiotischen Ableitung „aufgefüllt“, d.h. durch höher-stellige Relationen ersetzt werden:

(a.b.0) $\rightarrow$ (a.b.c)

(0.a.b) $\rightarrow$ (a.b.c)

$\nearrow$ (0.a.b) $\rightarrow$ (a.b.c)

(0.a.0)$\rightarrow$ (a.b.0) $\rightarrow$ (a.b.c)

$\nearrow$ (0.a.b) $\rightarrow$ (a.b.c)

(0.0.a)$\rightarrow$ (a.0.b) $\rightarrow$ (a.b.c)

(a.0.b) $\rightarrow$ (a.b.c)

Eine Baumableitung ohne Redundanzen ist unmöglich, wie man sich leicht selbst überzeugt, denn dass z.B. (0.a.b) als Ableitung von (0.a.0) betrachtet wird, ist nicht plausibler als (0.a.0) mit seinen zwei Nullzeichen selbst als Ausgangsstruktur einer Ableitung einzustufen. Obwohl (a.b.0) als Ableitungsstufe (von (0.a.0)) aufscheint, muss es als Ausgangsstruktur von (a.b.c) betrachtet werden, das auch als erste Ableitung von (a.0.b), sonst jedoch nur als zweite Ableitung aufscheint.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Ein semiotischer Raum mit Nullzeichen-Positionen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die negative Erweiterung des 3-dimensional-tetradischen Zeichenkubus

1. Der von Stiebing (1978, S. 77) konstruierte 3-dimensional-triadische Zeichenkubus wurde in Toth (2009) zu einem 3-dimensional-tetradischen Kubus erweitert. Da es ein allgemeines mathematisches Gesetz ist, dass Strukturen, die auf höheren Stufen erscheinen, oftmals schon auf tieferen Stufen sichtbar werden (Peterson 1998, S. 95), kann man bereits anhand des 3-4-Kubus erkennen, wo der Nullbereich, d.h. jene Teilmengen, welche Nullzeichen der folgenden Strukturen enthalten

1. (a.b.0) → (a.b.c)

2. (0.a.b) → (a.b.c)

3.1. (0.a.0) → (0.a.b) → (a.b.c)

3.2. (0.a.0) → (a.b.0) → (a.b.c)

4. (0.0.a)→ (a.0.b) → (a.b.c)

5. (a.0.b) → (a.b.c)

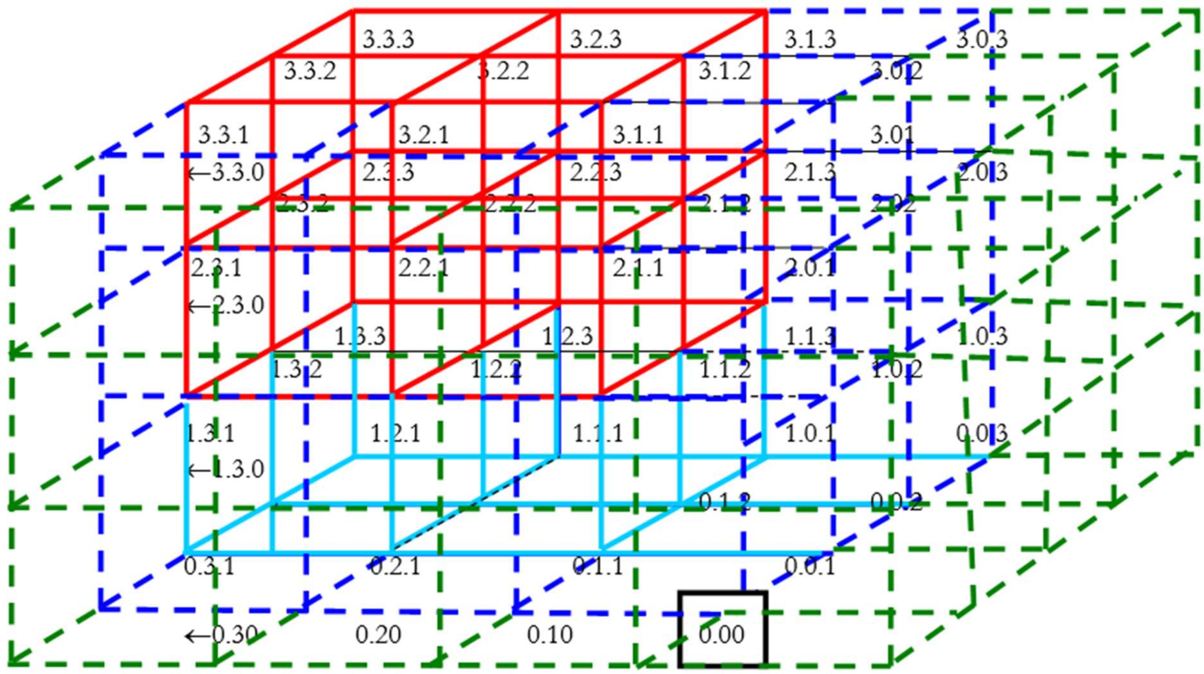
an negative Bereiche grenzen, d.h. an Teilmengen eines zu „extrapolierenden" erweiterten Kubus, dessen Punkte mindestens ein negatives Primzeichen enthalten, d.h.

(-a.b.c), (a.-b.c), (a.b.-c)

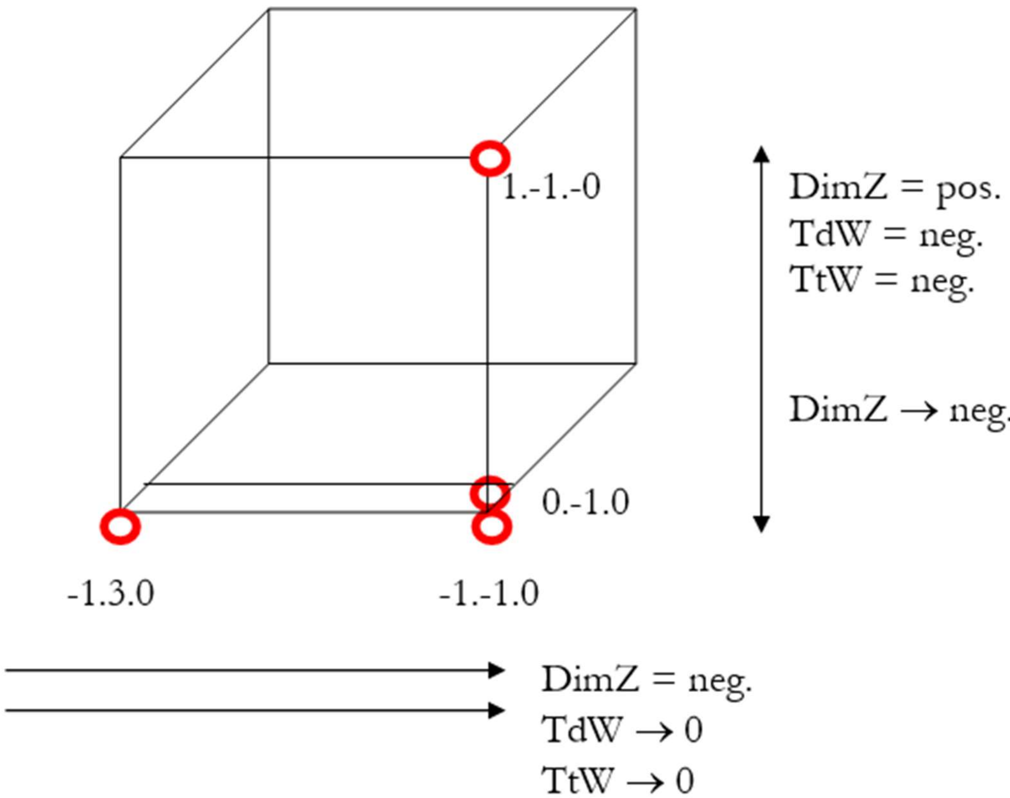
(-a.-b.c), (a.-b.-c), (-a.b.-c)

(-a.-b.-c)

Im folgenden, erneut erweiterten Kubus ist jede der drei Dimensionen um die geometrische Entsprechung eines Repräsentationswertes (Rpw = 1) in die drei negativen Bereiche verlängert.



Da für Kategorialzahlen das Verbot k = 0 gilt (Bense 1975, S. 66), gibt es von den vier negativen Basisstrukturen (-a.b.c), (a.-b.c), (-a.-b.c) und (-a.-b.-c) natürlich keinen im Kubus repräsentierten Punkt *(-0.0.0); dieser würde um eine Dimension, d.h. “ein Stockwerk” tiefer liegen als der oben schwarz umrahmte (und ebenfalls nach Benses Theorem verbotene Iterationspunkt der Objekte), d.h. hier ergibt sich im Einklang mit Peterson (1998, S. 95) bereits ein Ansatzpunkt für eine nochmalige Erweiterung des Kubus. Anstatt *(-0.0.0) nehmen wir (-1.3.0), dann kann man die Verteilung der negativen Räume im einfach (d.h. um Rpw = 1) erweiterten 4-3-Zeichenkubus anhand dieser Repräsentanten wie folgt andeuten:



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Peterson, Ivars, Mathematische Expeditionen. Heidelberg 1998

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Die Nullzeichen-Vektoren im 3-dimensional-tetradischen Zeichenkubus. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Wo fängt die Semiotik an?

Nun heisst, eine Bedeutung postulieren,
auf die Semiologie rekurrieren.

Roland Barthes, „Mythen des Alltags“ (1964), S. 88

1. Das Problem ist aus der Architektur, dem neben dem Film durch die Jahrzehnte dankbarsten Anwendungsgebiet der Semiotik, bekannt: Warum braucht man eigentlich eine Architektursemiotik? Beispielsweise erwähnt Joedicke schon ganz zu Anfang seines Buches „Raum und Form in der Architektur“, dass die Wahrnehmung unserer Welt – und damit auch des Architekturraumes – durch zwei und nicht nur ein Filtersystem gesteuert ist, nämlich neben den objektiv-ontogenetischen auch durch subjektiv-phylogenetische Filter -, aber von den an seinem Wirkungsort Stuttgart geschriebenen und oft von ihm korreferierten Dissertationen über Architektursemiotik erwähnt er keine einzige. Genügt es wirklich, ein Bauwerk ebenso wie die es interpretierenden Sinne als rein physikalisches Objekt wahrzunehmen? Kann man z.B. kulturspezifische Filter ebenfalls auf die Physik reduzieren? Kommt die Bedeutung zu einem Raum erst dann, wenn jemand etwa die Einrichtungsgegenstände auswählt, fängt sie also sozusagen erst mit der Innenarchitektur an? Müsste in diesem Falle nicht etwa die Raumteilung durch Möbel von der merkwürdigen These ausgehen, dass hier Zeichen als Objekte ge/missbraucht werden?

2. Das kann wohl nicht richtig sein, denn jeder, der schon eine leere Wohnung in einem Betonklotz aus den 60er Jahren betreten und die in ihm herrschende gähenend-leer-kalte Stimmung mit derjenigen einer leeren und doch nicht gähnend-kalten Jugendstilwohnung von 1900 verglichen hat, wird spotan aussagen, dass die letztere eine „Wärme“ ausstrahlt und kann sogar recht präzise benennen, woran das liegt: etwa am Fischgratparkett, an den an den Wänden hochgezogenen Verschalungen, an den Deckenstukkaturen, an den ornamentalen Lichtschaltern aus Porzellan, an den kunstvollen, schmiedeeisernen Gittern vor den Fenstern, an den Türen mit geätzten Glasscheiben, usw. Gewisse Objekte haben ein Gesicht, und dieses ist ebenso zeichenhaft wie

dasjenige eines belebten Objektes, auch wenn es sozusagen erstarrt uns gegenüber tritt. Allerdings hat es auch das kahle Betonobjekt ein Gesicht, denn sonst wäre unser obiges Beispiel nicht möglich gewesen. Die Mimik der Objekte spricht zu uns, und zwar durch unsere Wahrnehmung, d.h. sie bedienen sich unserer Sinne, da sie an sich tote Objekte sind, aber das wissen wir nicht aus eigener Anschauung, den angeschaut sprechen sie eben bereits zu uns. Wir können die Objekte des ontologischen Raumes, in dem wir uns bewegen, eben nicht apriorisch wahrnehmen, sondern nur durch unsere Sinne gefiltert. Darin gehen wir also einig mit Joedicke. Streng genommen können wir aus den aposteriorischen nicht einmal die apriorischen Objekte rekonstruieren, es sei denn, man fasse die Mathematik als System apriorischer Objekte und ihrer Regeln auf. Da sie ferner niemand der Mimik der Objekte entziehen kann, beginnt hier also die Semiotik. Räume sprechen zu uns, auch und gerade, wenn sie leer sind. Es macht einen himmelweiten Unterschied aus, ob ich in einem hundert Quadratmeter grossen, von Betonwänden begrenzten Raum oder in einem getäferten Erkerzimmer stehe, auch und gerade wenn dort noch niemand „Bedeutung“ in Form von Möbeln oder anderer Form von „sekundärer Architektur“ hineingetragen hat.

3. Dass die Semiotik bereits mit den Objekten, und zwar also mit dem ersten und nicht erst mit dem zweiten Joedickeschen Filtersystem, beginnt, resultiert auch daraus, um bei der Architektur zu bleiben, dass Häuser ja künstliche Objekte sind. Sogar Höhlen oder „cliff dwellings“, die an sich auf natürliche Weise entstanden sind, sind ihrer Natur dadurch entfremdet und somit „verfremdet“, als es nicht ihrer ursprünglichen, von den gänzlich unsozialen Gesetzen der Physik und Geologie gesteuerten Aufgabe entspricht, als Behausungen zu dienen. Gebaute und nicht vorgefundene Behausungen aber sind künstliche Objekte, und alle künstlichen Objekte enthalten mindestens einen Zeichenanteil. Ist dieser Zeichenanteil künstlicher Objekte dominant, sprechen wir von Prothesen, ist er dagegen subsidiär, sprechen wir von Attrappen. Man kann ein gebautes Haus wie ein künstlich hergestelltes Bein sehen, d.h. als Prothese. Man kann es aber auch wie ein Objektsubstitut betrachten, d.h. als Attrappe, so etwa wie der Wegweiser eine Attrappe der Stadt ist, der sie ankündigt, bevor man sie erreicht hat und darum in ihre Richtung weist und die Entfernung angibt. Das Haus als Prothese ist sozusagen

eine dreidimensionale Erweiterung des Schutzraums des äusseren menschlichen Körpers. Das Haus als Attrappe ist der in Stein oder einem anderen Material realisierte Mikrokosmos, sozusagen die Welt als Makrokosmos im Kleinen. Daran erinnern noch Redewendungen wie: Man solle zuerst vor der eigenen Türe wischen, bevor man sich in anderer Leute Angelegenheiten mischt. Hier kommt also der fundamentale logische Gegensatz von Ich und Nicht-Ich, vom Mensch und Welt, von Mikrokosmos und Makrokosmos zum Ausdruck.

4. Nach dem traditionellen Modell der Semiotik – und in dieser Hinsicht sogar der französischen strukturalistischen Semiologie – gibt es zwar Einbruchstellen von Objekthaftigkeit in das Zeichensein bzw., wie Max Bense sich einmal ausdrückte, vom ontologischen in den semiotischen Raum – und zwar dort, wo sich in der Peirceschen Zeichenrelation die leere Menge als Teilmenge jeder Menge und somit auch der Zeichenmenge auftut, denn die leere Menge ist nichts anderes als das Nullzeichen oder 0-stellige Zeichen, und 0-stellige Relationen sind eben die Objekte. Dieses traditionelle semiotisch-semiologische Modell sieht wie folgt aus:

$$\begin{tikzcd} \mathrm{M} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \mathrm{O} \arrow[d, leftrightarrow] \\ \mathrm{I} \arrow[r, leftrightarrow] & \varnothing \equiv \Omega, \end{tikzcd}$$

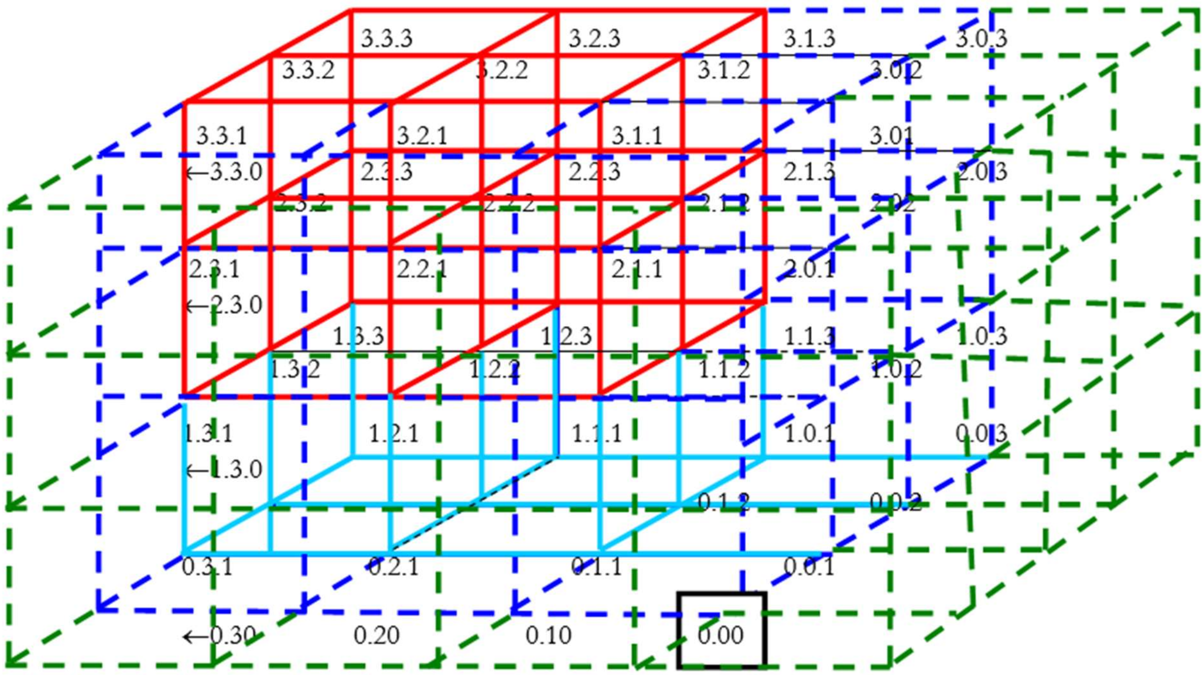
Das moderne semiotische Modell jedoch, das den Objekten als Urbildern kraft der Filterung ihrer apriorischen Bilder durch unsere Sinne bereits das Potential zur Zeichenhaftigkeit zuspricht, geht aus von einem umfassenden Korrelationssystem zwischen ontologischen und semiotischen Kategorien, einer ständigen Interaktion und einem Austausch über die klassisch gesehen transzendenten Grenzen von ontologischem und semiotischem Raum hinweg:

$$\begin{tikzcd} \mathrm{M} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \mathrm{O} \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \mathrm{I} \arrow[d, leftrightarrow] \\ \mathcal{M} \arrow[r, leftrightarrow] & \Omega \arrow[r, leftrightarrow] & \mathcal{I}. \end{tikzcd}$$

Die Semiose, d.h. die eigentliche Zeichensetzung oder Zeicheninterpretation, bedeutet also nur mehr den letzten Schritt in einem Prozess zu gehen, der bereits bei unserer Wahrnehmung der angeblich toten Objekte anfängt. „Bedeutung“, wie sie Barthes statt für die Semantik für die Semiologie postuliert, wird eben gerade nicht postuliert, sondern ermöglicht unsere Wahrnehmung, wie umgekehrt unsere Wahrnehmung die Bedeutung ermöglicht: in einem ewigen ontologisch-semiotischen Zirkel.

Der 3-dimensional 4-adische Zeichenkubus und die Vorstellungen der Transzendenz

1. In Toth (2009) wurden der 3-dimensionale tetradische Zeichenkubus eingeführt



Er enthält in rot den Stiebingschen Zeichenkubus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), in hellblau eine „Unterkellerung" der Subzeichen vom Typ (0.a.0) und (0.a.b), in Dunkelblau die Vervollständigung der Nullzeichen enthaltenden Räume der Subzeichen der Typen (0.0.a) und (a.b.0) sowie in grün die Erweiterung des rot-hellblau-dunkelblauen erweiterten Kubus in die jeweils 1. Dimension der Negativität, genauer gesagt seine Erweiterung um den Repräsentationswert Rpw = 1 in alle drei semiotischen (und topologischen) Dimensionen, so dass hier, einfach gesagt, jede der drei Positionen eines Subzeichens (a.b.c) bis und mit maximal Rpw = -1 negativ werden kann.

Da das Nullzeichen als 0-stellige Relation nichts anderes als ein Objekt ist (vgl. Bense 1975, S. 65 f.), enthält also der 3-4-Zeichenkubus je eine Dimension des dem Diesseits transzendenten Jenseits zusammen mit den semiotisch-ontologischen und ontologisch-semiotischen Kontexturgrenzen. Nach Günther gilt nun: „Nicht der gespenstische Sensenmann ist es, der die Angst der Kreatur vor dem Tode auslöst, es ist vielmehr die Begegnung mit der Grenze selbst – gleichgültig, ob und was dahinter sich verbirgt (Günther, o.J., S. 41). Man darf sich somit fragen, ob es Vorwegnahmen des Diesseits-Jenseits-Konzeptes gibt, welches der 3-4-Zeichenkubus impliziert.

2. Zunächst impliziert der 3-4-Zeichenkubus qualitative Erhaltung: Belege für qualitative Erhaltung finden wir bei gewissen Naturvölkern Südamerikas: "Tote, mit denen man vor ihrem Sterben in engem persönlichen Kontakt stand, werden gleich erkannt, weil sie sich – wenigstens bei oberflächlicher Betrachtung – nicht verändert haben" (Braun 1996, S. 89). "Die Tatsache, dass [der Tote] ohne weiteres von den Hinterbliebenen erkannt wird, gestattet die Behauptung, dass er immer in der gleichen Gestalt, die er zu Lebzeiten hatte, erscheint" (1996, S. 91). Von den Israeliten heisst es: "Tote bzw. ihre Geister verfügen über Wissen. Das im Leben erworbene Wissen bleibt erhalten, wird fruktifizierbar für die Lebenden, die immer an Wissensschranken stossen" (1996, S. 138). Dann spielt qualitative Erhaltung besonders in der Theosophie eine bedeutende Rolle: "Der Tod ist Übergang von einer Bewusstseinsform in eine andere, also nicht Vernichtung, sondern Geburt, Durchgang, Durchbruch in eine andere Bewusstseinswelt" (1996, S. 414). "Die Theosophen wollen zeigen, dass das Ableben am Wesen und Charakter des Verstorbenen nichts verändert. Die Hauptthese lautet: Jeder ist auch nach seinem Tod der, der er vorher war" (1996, S. 419).

3. Besonders phantasievoll werden die Wege ins Jenseits sowie die Grenze zwischen Diesseits und Jenseits ausgemalt: "Auf der Fahrt geht es durchs Nebelmeer, an Mond und Sternen und neidischen Geistern vorbei, für die noch kein Totenfest gehalten wurde und die deshalb den Weg versperren wollen. Das Wegstück durchs Feuermeer erfordert äusserste Konzentration Tempon Telons, der seine Bambusstangen, mit denen er steuert, ständig erneuern muss" (1996, S. 32). Südostasien: "Der Weg beginnt in der konkreten Landschaft, um sich allmählich in mehr oder weniger imaginären Sphären fortzusetzen. Erste Station der Totenseele ist häufig ein Fluss oder Teich. Dabei handelt es sich um die Grenze zwischen dem Diesseits und dem Jenseits. Die Seele weiss erst, nachdem sie das Wasser überquert oder in ihm gebadet hat, dort drüben, dass

sie tot ist […]. Diese trennende Funktion übt die Wächterin des Totenlandes aus, die den neu angekommenen Toten mit einem Backenstreich empfängt. Auf einen Schlag löscht die Erinnerung an das irdische Leben aus" (1996, S. 40). Australien: "Klassisch ist der Bericht der Yirrkalla von einer Totenfahrt, bei der der Erstverstorbene der Menschen, von Delphinen begleitet, die Seele des jeweiligen Toten in einem Rinderkanu in der Richtung des Morgensterns nach der Toteninsel rudert" (1996, S. 59). Im finnischen Kalevala-Epos ist die Rede von der "gefahrvolle[n] Brücke ins Totenland" (1996, S. 63). Der nordasiatische Schamane findet "einen See, den man nur über eine Brücke, die aus einem Haar besteht, überqueren kann" (1996, S. 67). Eskimo: "Nach allem zu urteilen, ist der Weg ins Totenreich, wenigstens teilweise, mit der Milchstrasse am Himmel identisch" (1996, S. 72). "Um in das Land der Toten zu kommen, muss der grönländische Schamane auf den Grund des Meeres hinabfahren, dessen Bereich durch einen Fluss als Grenze zwischen dem Land der Toten und der Lebenden vom Totenreich getrennt ist. Es heisst in einem Bericht: 'Endlich erreichten sie die Grenze zwischen dem Meer und dem Land unter dem Meere, die von einem schäumenden Bach gebildet wurde; um hinüber zu gelangen, mussten sie über grosse, spitze Steine springen, die ganz von nassen Tanggewächsen bedeckt waren und so glatt schimmerten, dass sich niemand hinüberwagte […]. Durch die Hilfe der Geister springt der Schamane über diese Hindernisse. Die Geister ermuntern ihn und rufen ihm zu: 'Wenn du diesen Sprung nicht wagst und umkehrst, wird du nie das Land der Toten erreichen; an diesen Steinen wird deine Reise immer enden.' Dann wagte der Schamane den Sprung, und zu seinem grossen Erstaunen zeigte sich, dass der Tang gar nicht so glatt ist.' Vom gleichen Autor wird von Stufen berichtet, die der Schamane überwinden muss, um in die Totenwelt zu gelangen: 'Der Geisterbeschwörer […] stiess auf eine Treppe mit drei hohen Stufen. Sie waren so hoch, dass er sich mit knapper Not von der einen zur anderen schwingen konnte, und schlüpfrig von Menschenblut, das darüberrieselte. Der Geisterbeschwörer stieg mit Mühe und unter grosser Lebensgefahr die schlüpfrigen Stufen hinauf und gelangte zu einer weiten, weiten Ebene, der Himmelsebene.'" (1996, S. 73f.). Hindukusch: "Regulärer Zugang zur Unterwelt ist möglich durch ein Loch im Boden; man zeigt es nahe dem Zentraltempel in Ushteki. Wer hier hinabschaut, ist augenblicklich des Todes." "Wichtigste

Verbindung zwischen diesen beiden Seinsebenen [Diesseits und Jenseits] sind Seen und Teiche. Wer es wagt, sich hineinzustürzen, der hat den Übergang geschafft" (1996, S. 94). Mesopotamien: Man gibt dem Toten einen Nachen zur Überquerung des Unterweltflusses Chubur mit […]. Gleich nach dem Tode muss der Verstorbene mit Hilfe eines sturmvogelköpfigen, mit vier Händen und Füssen versehenen Fährmanns namens 'Nimm schnell hinweg' den Unterweltsfluss durchqueren und sieben Tore durchschreiten" (1996, S. 121). In indischen Texten liest man, "wie die Seele zur Brücke, cinvato, gelangt. Hier wird sie verhört, dann kommt eine von zwei Hunden begleitete schöne Jungfrau und führt die gläubige Seele über die Brücke zu dem Damm oder Wall, der die Grenze der himmlischen Welt ausmacht" (1996, S. 142). Nordiran: Man gibt dem Toten ein Pferd und eine angemessene Ausrüstung mit. "Bevor der Verstorbene an den Fluss kommt, den er zu überschreiten hat, treten ihm Wächter entgegen; er muss ihnen Hirsekuchen schenken, um weiterziehen zu dürfen. Über den Fluss selbst führt statt einer Brücke nur ein Balken, vor dem eine göttliche Gestalt steht, die ihn zu befragen beginnt" (1996, S. 146). Bekannter ist die altgriechische Vorstellung: "Kennzeichen der Unterwelt ist das grosse Tor, das der Tote durchschreiten muss, um nie mehr zurückzukehren […]. In der Odyssee wird der Eingang in die Unterwelt jenseits des Okeanos durch Flüsse markiert, den Acheron, in den ein Feuerstrom und ein Klagestrom einmünden, und den Styx mit seinen Wassern des Grauens […]. Fluss oder See sind die Grenze, über die der Fährmann die Toten auf seinem Schiff ins Jenseits bringt. Zur Sage von Herakles gehört der fünfzigköpfige Hund Kerberos, der das Tor des Hades bewacht" (1996, S. 191). Einzig die Gnosis, in der ganze Bücher "den Weg der Seele durch unterirdische 'Wachthäuser' oder 'Höllen'" beschreiben, gibt eine Masszahl für den Weg ins Jenseits: "Nach dem Tode hat die Seele eine lange, 42tägige Reise vor sich" (1996, S. 252).

4. Nach klassischer Vorstellung sind Sein und Nichts streng voneinander geschieden. Der 3-4-Zeichenkubus teilt diese Ansicht nicht und verhält sich auch in dieser Hinsicht nicht wie ein Modell einer monokontexturalen Semiotik: "So wie das Sein keine Löcher hat, so wird das reine Nichts nirgends von Seinsbrocken unterbrochen" (Günther 1976-80, Bd. III, S. 192). Transklassisch betrachtet, enthält aber jeder Gedanke "eine Komponente

ungebundener Reflexion, der nichts Objektives korrespondiert" (Günther 1991, S. 165). In dieser Einsicht mag man das Motiv dafür finden, dass in der Mythologie das Jenseits, das vom Diesseits her gesehen als Nichts fungiert, eben nicht als leeres, unbevölkertes Nichts erscheint. Ausser in mythologischen Texten findet man Belege hierfür im Abseits der Geistesgeschichte: "Dass das Kenoma sein eigenes Licht (gleich pleromatischer Finsternis) besitzt, das ist in der Tradition schüchtern angedeutet; aber selten wird so deutlich ausgesprochen, welche Rolle Gott in der Kenose spielt, als bei Amos 5, 18, wo wir lesen: 'Weh denen, die des Herren Licht begehren! Was soll er euch? Denn des Herren Tag ist Finsternis, und nicht Licht.'" (Günther 1976-80, Bd. III, S. 276). Es gibt viele weitere Zeugen des kenomatischen Lichts durch die Jahrhunderte hindurch. So lesen wir etwa in der negativen Theologie des Dionysios Areopagita (1. Jh. n. Chr.): "Möchten doch – auch wir! – in jenes Dunkel eindringen können, das heller ist als alles Licht" (1956, S. 165). Meister Eckehart (1260-1327): "Es war ein Zeichen dafür, dass er das wahre Licht sah, das da Nichts ist" (ap. Lanczkowski 1988: 207). Quirinus Kuhlmann (1651-1689, wegen seiner Lehren auf Geheiss des Zaren in Moskau verbrannt): "Je dunkler, je mehr lichter: / Je schwärzer alls, je weisser weisst sein Sam. / Ein himmlisch Aug ist Richter: / Kein Irdscher lebt, der was vernahm; / Es glänzt je mehr, je finster es ankam. / Ach Nacht! Und Nacht, die taget! / O Tag, der Nacht vernünftiger Vernunft! / Ach Licht, das Kaine plaget / Und helle strahlt der Abelzunft! / Ich freue mich ob deiner finstern Kunft" (ap. Staiger und Hürlimann 1948, S. 87). Georg Heym (1887-1912): "Tief unten brennt ein Licht, ein rotes Mal / Am schwarzen Leib der Nacht, wo bodenlos / Die Tiefe sinkt" (1947, S. 60).

5. Wie man aus dem 3-4-Zeichenkubus ersieht, sind die Wege ins Jenseits einfach die Verlängerungen der Pfade des Diesseits, und die Netze, welche die Pfade des Jenseits bilden, sind lediglich durch die Präsenz von Nullzeichen und negativen Zeichen, aber nicht strukturell von den Pfaden des Diesseits verschieden. Was nun die Wahl der Lokalisierung des Jenseits sowie der Orte der Jenseitsübergänge in den Mythologien anbetrifft, so gehen diese auf die metaphysische Geographie vergangener Jahrhunderte zurück: "Man darf eines nicht vergessen: Unser moderner Begriff von Geographie ist erst wenige

Jahrhunderte alt. Erdkunde war in älteren Zeiten weitgehend eine metaphysische Disziplin. Der Erdball selbst hatte sakrale Grössenordnung, und seine Räume erstreckten sich in transzendente Dimensionen. Auf ihm lag irgendwo der Eingang zur Unterwelt, seine Meere umspülten die Insel der Seligen […], und jeder Begriff landschaftlicher Ferne und unentdeckter Regionen war durchsetzt mit magischen und mythischen Assoziationen” (Günther 2000, S. 31). Wesentlich für diese Weltanschauung war, “dass die Erdlandschaft, abgesehen von ihrer strengen horizontalen Begrenzung […] als eine einfach zweidimensionale Daseinsebene erlebt wurde. Und zwar war es eine Ebene im mathematisch genauen Sinn des Wortes. Erhob man sich auch nur im Geringsten über sie oder drang man in Höhlen und unterirdischen Gängen auch nur ein weniges unter ihre Oberfläche, so begann schon der Abweg ins Jenseits” (2000, S. 166). Doch auch das Wasser bildete mythologische Räume: “Auch seine Tiefen bargen mystische Geheimnisse. Nur auf seiner Oberfläche war der Mensch erlaubt und eben geduldet. In den Wellen und unter ihnen spielten Tritonen und Nereiden und die ganze Hierarchie der Meeresgottheiten, ihre Herrschaft in immer tiefere Wasserschichten ausdehnend bis zu dem flüssigen Palast des Poseidon, dem obersten Gott aller Meere und dem ebenbürtigen Gatten der Erdmutter. Unter dem Palast aber lauerte im schwammigen Ozeanboden Leviathan, das Ungeheuer des uferlosen Weltozeans” (2000, S. 167).

6. Einer Rückkehr aus dem Jenseits steht nach den theoretischen Implikationen des 3-4-Zeichenkubus nichts im Wege. Ihr semiotischer, logischer, erkenntnistheoretischer und topologischer Status wechselt, wenn die Wege rückwärts begangen werden, aber sie sind da, und sie führen zurück ins Diesseits. “Nachtodliches Sein ist Sein auf Zeit – auch es endet einmal – entweder für immer oder mit der Möglichkeit der Reinkarnation” (Braun 1996, S. 60). Eskimo: “Charakteristisch ist, dass […] bei den Eskimo der Glaube an die Wiederkehr der Toten in Gestalt eines neuen Menschen (Reinkarnation) oder als Tier (Transmigration) vorkommt” (1996, S. 72f.). Auch bei den Naturvölkern Südamerikas sind “Wiedersterben und Wiedergeburt der Totenseelen […] fast durchgängig anzutreffen” (1996, S. 93). In den Schriften des Zarathustra finden sich ähnliche Vorstellungen: “Die Eschatologie spricht

von einer Himmelfahrt der Seele; sie erwähnt keine Auferstehung des Körpers, – eine Vorstellung, die sich mit der Himmelfahrt nicht vereinigen lässt. Ziemlich früh taucht indessen der Glaube an eine Auferstehung des Körpers auf, und schon im Yäst heisst es: 'Wenn die Toten auferstehen, dann wird kommen der Lebendige ohne Verderben, nach Wunsch wird das Leben 'verklärt' gemacht werden.'" (1996, S. 145). Eine besonders wichtige Rolle nehmen die Kelten ein: "Wiederholt sprechen klassische Schriftsteller vom keltischen Glauben, wonach die Seele unsterblich sei und in einem anderen Körper neu ins Leben zurückkehre" (1996, S. 165). Man wird hier an Zeilen eines Gedichtes von Joachim Ringelnatz erinnert: "Wenn ich tot bin, musst du gar nicht trauern. / Meine Liebe wird mich überdauern. / In fremden Kleidern dir begegnen / Und dich segnen". Von den Kelten erfährt man weiter: "Ein Toter steigt in die Unterwelt hinab, verbleibt aber dort nicht für immer. Er wartet auf Rückkehr ins irdische Leben, die er heiss ersehnt. Sobald in seiner Sippe ein neues Kind geboren wird, schlägt die Stunde für ihn. Er darf zurückkehren und im Kreise der Sippe zu neuem Leben auferstehen. Manchmal zutage tretende Gleichartigkeit der Gesichtszüge, des Körperbaus, auch seelischer und geistiger Eigenschaften, gelten als Bestätigungen für eine Seelenwanderung. Wir hören vom Brauch, dem neugeborenen Kinde den Namen des zuletzt gestorbenen Verwandten zu geben, in den meisten Fällen den des Grossvaters" (1996, S. 165). Braun fasst die keltischen Jenseitsvorstellungen wie folgt zusammen: "Die andere Welt ist nicht das Endgültige, wohin Menschen als Tote gehen, sondern der Bereich, von wo aus weitere Bewegungen im Sinne einer Rückkehr auf diese Erde – in welcher Form auch immer – gedacht werden können. Also sind die Möglichkeiten nachtodlichen Seins in einer Vielfältigkeit angesetzt, die in einer bisher dargestellten Weise kaum so differenziert ausgeführt wurden. Tote verlassen diese Welt, um in das Jenseits als die andere Welt einzutreten, aber dies nur für einen begrenzten Aufenthalt, welcher erforderlich macht, in irgendeiner Form in die irdische Welt zurückzukehren, oder aber in eine neue andere Welt aufzubrechen" (1996, S. 174). In dieselbe Quintessenz münden nach Braun die germanischen Vorstellungen: "Das ist die Botschaft Germaniens: Die Toten haben die prinzipielle Möglichkeit der Rückkehr" (1996, S. 188).

7. Es sind also besonders die keltischen und die germanischen Vorstellungen einer Rückkehr aus dem Jenseits, die der polykontexturalen Idee korrespondieren, dass “Death means only a gradual decrease of the discontexturality of Matter” (Günther 1976-80, Bd. II, S. 304). Dieser Gedanke findet sich auch in der altgriechischen Überlieferung beim Vorsokratiker Empedokles: “Geburt gibt es eigentlich bei keinem einzigen von allen sterblichen Dingen und kein Ende in verderblichem Tode. Nur Mischung gibt es vielmehr und Austausch des Gemischten” (ap. Diels 1906, S. 175 [Frg. 8]). Damit stellt sich die Frage, ob das Reich des Todes “die Domäne der persönlichen Unsterblichkeit ist” oder ob der Mensch “nur so lange ein einzelnes, für-sich-seiendes Ich [ist], als er in diesem seinem Leibe lebt” (Günther 1976-80, Bd. III, S. 2). Der entscheidende Punkt liegt nämlich darin, dass eine mehrwertige Logik auch mehrere Identitäten besitzt. Somit ist “erst noch zu untersuchen, ob der Fortfall der ersten Identität im Tode wirklich die ichhafte Identität des Individuums endgültig auflöst” (1976-80, Bd. III, S. 11f.). In die Richtung einer Beibehaltung der ichhaften Identität nach dem Tode zielen auch einige Gedanken des Expressionisten Jakob van Hoddis: “Ist dies der Tod? Sprich, müde Pracht. / Oder werde ich aus Deinen Schächten / Zu lichten nie gekannten Städten steigen / Und jedem Tage seine Donner zeigen?” (1987, S. 86). Die resurrectio mortuorum, die Auferstehung der Toten, ist schliesslich das bedeutendste Sakrament der christlichen Kirchen. Andreas Bedau hat in einem bemerkenswerten Aufsatz unter dem Titel “Das ist nicht tot, was ewig liegt” auf ein Gespräch des griechischen Kirchenvaters Gregor von Nyssa (4. Jh.) hingewiesen, in dem Auferstehung im Zusammenhang mit qualitativer Erhaltung diskutiert wird: “Wenn demnach der Leib nicht so aufersteht, wie er beschaffen war, als er mit der Erde vermischt wurde, so wird nicht der Verstorbene auferstehen, sondern die Erde wird wiederum zu einem neuen Menschen gebildet werden. Was kümmert mich alsdann die Auferstehung, wenn statt meiner ein anderer auferstehen wird! Und wie soll ich mich als mich selbst anerkennen, wenn ich mich nicht in mir sehe? Denn ich würde tatsächlich nicht ich sein, wenn ich nicht in allen Stücken mit mir selbst identisch wäre” (von Nyssa 1927, S. 321f.). “Diskutiert wird auch die Frage, wie es sich mit dem Auferstehungsleib bezüglich seiner Alters- und Entwicklungsstufe verhält. Steht der, der als Kind stirbt, als Erwachsener auf? Steht für den Ausgezehrten ein Wohlbeleibter auf?

Gregor von Nyssa beantwortet diese Fragen unter Rückgriff auf die schon vorsokratische Vorstellung, dass ‘der Mensch ein Kosmos im kleinen ist’, d.h. der Auferstehungsleib enthält ‘ein Volk von Menschen’: ‘Wenn man also nicht einmal heute mehr derjenige ist, der man gestern war, sondern in einen anderen sich verwandelt, so wird, wenn die Auferstehung unseren Leib zum Leben zurückführt, jeder einzelne von uns sozusagen zu einem förmlichen Volk von Menschen, so dass kein Volksteil fehlt; nicht der Embryo, nicht der Säugling, nicht der Knabe, nicht der Jüngling, nicht der Mann, nicht der Vater, nicht der Greis, überhaupt keine der menschlichen Altersstufen’“ (Bedau 1991, S. 15). Für Bedau ist qualitative Erhaltung schlechtweg die Bedingung des Christen für die Auferstehung: “Die Christen wollen bruchlos in den ‘ewigen Menschen’, den die Auferstehung verheisst, verwandelt werden. Form- und gestaltlos zu werden (in der Verwesung) wäre schrecklich. Die Todesfurcht der Christen ist die Furcht der Griechen vor dem Gestaltlosen” (1991, S. 15).

Literatur

Aereopagita, Dionysios, Mystische Theologie und andere Schriften. München 1956

Bedau, Andreas, „Das ist nicht tot, was ewig liegt“. In: Spuren in Kunst und Gesellschaft 38/1991, S. 13-17

Braun, Hans-Jörg, Das Leben nach dem Tode. Düsseldorf 1996

Diels, Hermann, Die Fragmente der Vorsokratiker. Bd. I. 2. Aufl. Berlin 1906

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Heym, Georg, Der ewige Tag. Zürich 1947

Lanczkowksi, Johanna (Hrsg.), Erhebe dich, meine Seele. Stuttgart 1988

Staiger, Emil/Hürlimann, Martin (Hrsg.), Deutsche Gedichte aus vier Jahrhunderten. Zürich 1948

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Die negative Erweiterung des 3-dimensional-tetradischen Zeichenkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

von Nyssa, Gregor, Schriften. München 1927

Thetische Einführung vs. Interpretation

1. Künstliche Zeichen müssen thetisch eingeführt werden, da ihre Objekte vor der Metaobjektivtion (vgl. Bense 1967, S. 9) zu wenig oder gar keine zeichenhafte Evidenz tragen. Dagegen brauchen natürliche Zeichen, da sie, wie ihr Name schon andeutet, vorgegeben sind, lediglich interpretiert zu werden, um als Zeichen gedeutet zu werden. Z.B. gibt es im Zürichbergwald einen Stein, der an die beiden Schlachten von 1799 im Zuge der französischen Revolution erinnert. Da man von den Schlachten selber natürlich keine Spuren mehr sieht, macht es den Anschein, jemand habe einfach einen herumliegenden Stein dazu bestimmt, fortan Gedenkstein für diese Schlachten zu sein. Eine eingeschraubte Texterklärung in Metall weist den Stein als Gedenkstein aus, d.h. bezeugt seine thetische Einführung als Gedenkstein. Für nostalgische Heimatforscher freilich „sprechen" auch die übrigen Steine, die dort oben noch seit den Schlachten herumliegen mögen. Bemerkenswerter wird der deutsche Satz

Die Steine künden von den Schlachten.

(Z.B. auch ungarisch möglich: A kők szólnak a csatákról.)

im Gegensatz zum Chomsky-Satz

*Die Berge trinken Salzsäure.

nicht als aus semantischen Gründen ungrammatisch empfunden.

Es ist ein eigentümliches Gefühl, mit dem Wissen des Historikers in jenem Waldgebiet zu stehen, von dem man weiss, dass dort vor mehr als zweihundert Jahren einander feindliche Reiter gegenüberstanden. Man hat das sichere Gefühl, überall noch Spuren zu finden und das zu erleben, was Heimito von Doderer im „Grenzwald" so schön formulierte: „Man glaubt wahrlich, über tiefe Höhlungen voll längst vergangener Gerüche auf dem schmalen Steg einer Gegenwart zu schreiten" (1967, S. 174). Obwohl man also allüberall Spuren, d.h. natürliche Zeichen oder Anzeichen, annimmt, bedurfte es eines konventionell eingeführten Zeichens, um die historische Relevanz des Platzes für die späteren Generation auszuweisen. Das konventionelle Zeichen gibt somit sozusagen das Zentrum eines Kreises an, dessen Eradiation von natürlichen

Zeichen belegt ist; es hält diese wie ein Atomkern seine Elektronen in seinem Bann.

2. Thetische Einführung wurde als Operation in der Regel durch ein Zeichen wie |— eingeführt (vgl. Walther 1979, S. 121). Wird also z.B. ein Mittelbezug gesetzt, drückt man dies wie folgt aus: |— M. Damit ist aber nicht viel mehr gewonnen als eine zeichenhafte Abkürzung einer Aussage. Mathematisch haben wir hier natürlich das mengentheoretischen Axiom

$f: \varnothing \rightarrow A$

vor uns, d.h. die leere Menge kann auf jede beliebige Menge abgebildet werden, d.h. creatio ex nihilo. Da anderseits die leere Menge Teilmenge jeder Menge und so auch der Menge der Zeichenrelationen ist (vgl. Bense 1971, S. 34 ff.), folgt natürlich aus

$ZR = (M, O, I)$

sogleich

$ZR+ = (M, O, I, \varnothing)$.

Das Nullzeichen selbst kann nun allerdings auf sämtliche $A \in \{M, O, I\}$ abgebildet werden, d.h. wir haben hier eine exakte Definition der möglichen thetischen Einführungen:

$\vdash M \equiv \varnothing \rightarrow M = \varnothing.1$

$\vdash O \equiv \varnothing \rightarrow O = \varnothing.2$

$\vdash I \equiv \varnothing \rightarrow I = \varnothing.3$

Wird also ein künstliches Zeichen eingeführt, ergeben sich folgende Möglichkeiten:

1. $(\vdash M \equiv \varnothing \rightarrow M = \varnothing.1) \rightarrow 1.c \rightarrow 2.b \rightarrow 3.a$

↳ $1.c \rightarrow 3.a \rightarrow 2.b$

↳ $2.b \rightarrow 1.c \rightarrow 3.a$

↳ $2.b \rightarrow 3.a \rightarrow 1.c$

$\Lsh$ 3.a → 1.c → 2.b

$\Lsh$ 3.a → 2.b → 1.c

(a, b, c ∈ {.1, .2, .3}

und analog

2. (|— M ≡ ∅ → O = ∅.2) → 1.c → 2.b → 3.a

$\Lsh$ 1.c → 3.a → 2.b, usw.

3. (|— M ≡ ∅ → I = ∅.3) → 1.c → 2.b → 3.a

$\Lsh$ 1.c → 3.a → 2.b, usw.

3. Beim natürlichen Zeichen genügt hingegen die Interpretation eines Objektes, also z.B. eines natürlich vorgegebenen „Patterns", als „Eisblume" o.dgl. D.h. es braucht hier gar nichts thetisch eingeführt zu werden, da das natürliche Zeichen ja nur für sein eigenes, nicht aber für ein fremdes Objekt stehen kann. Stehen Zeichen und Objekt in einer kausalen Relation, so können sowohl Ursache wie Wirkung als natürliche Zeichen für das jeweils andere Glied der kausalen Verbindung auftreten: Der Donner ist ebenso Zeichen für den Blitz (den man vielleicht nicht gesehen hat), wie der Blitz Zeichen für den Donner ist (den man sogleich hören wird). Das natürliche Zeichen ist also ein Teil seines Objektes, während dies bei künstlichen Zeichen in den allermeisten Fällen nicht gilt. Wenn wir, wie wir das seit längerem tun, für reale Objekte Ω schreiben, haben wir also für natürliche Zeichen

$\mathcal{I}(\Omega)$ = Zeichen.

Die Frage ist aber natürlich, ob das so korrekt sein kann: Ein natürliches Zeichen ist ein interpretiertes Objekt. Wenn wir überlegen, dass zwar die als Zeichen interpretierte Eisblume realer Teil des effektiven kondensierten Patterns ist, stimmt das, nur ist dieses selbst ein Zeichenträger des ganzen Klimas, das die Eisblume erst entstehen lässt. (Z.B. gedeihen Eisblumen nicht im Sommer.) Wir haben also

$\mathcal{I}(\mathcal{M}(\Omega)) = \text{Zeichen}$,

was wir umformen können zu

$\text{Zeichen} = (\mathcal{M} \rightarrow (\Omega \rightarrow \mathcal{I})) = (\text{M, O, I})$.

Damit haben wir also für natürliche Zeichen das Schema:

$\Omega \rightarrow \quad 2.b \rightarrow 3.a \rightarrow 1.c$

$\quad\quad \Lsh\ 2.b \rightarrow 1.d \rightarrow 3.a.$

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

von Doderer, Heimito, Der Grenzwald. München 1967

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Creatio ex nihilo und creatio ex ente

1. Wir stehen hier vor einem Problem von erheblichem metaphysischem Ausmass, denn es gibt weder in der Mathematik, noch der Logik noch der Erkenntnistheorie Schwierigkeiten bei der Idee einer creatio ex nihilo, es gibt jedoch massive Probleme bei ihrem Gegenstück, das ich creato ex ente nenne, ich nehme an, zutiefst wohl deswegen, weil die Wiederholung (und nicht die Nachahmung) der Schöpfung auf tiefste religiöse Probleme führt. Die Schöpfung aus dem Nichts wird mathematisch am einfachsten durch das folgende mengentheoretische Axiom dargestellt

$f: \varnothing \rightarrow A$,

das man mathematisch so liest: Die leere Menge kann auf irgendeine Menge A abgebildet werden. Philosophisch gelesen heisst es: Irgendein A kann aus dem Nichts geschaffen werden. Aus dem semiotischen Blickpunkt ist der Schöpfer der Zeichensetzer oder Zeicheninterpret (je nachdem, ob man es mit natürlichen oder künstlichen Zeichen zu tun hat), und die Abbildung ist das, was man im Anschluss an Fichte, Bense und Walther (1979, S. 121) „thetische Einführung" nennt. Da das Peircesche Zeichen als Mittel, als Objekt und als Interpretant eingeführt werden kann, haben wir also (Toth 2009)

$|\!\!-\!\!- M \equiv \quad \varnothing \rightarrow M \ = \varnothing.1$

$|\!\!-\!\!- O \equiv \quad \varnothing \rightarrow O \ = \varnothing.2$

$|\!\!-\!\!- I \equiv \quad \varnothing \rightarrow I \ = \varnothing.3$,

d.h. die Menge der Schöpfungen kann in diese drei semiotischen Kategorien partitioniert werden.

2. Ein Problem stellen hier somit für einmal nicht die Zeichen thései dar – denn die Abbildung $f: \varnothing \rightarrow A$ behauptet ja nicht die Selbstschöpfung eines Objektes aus dem Nichts, sondern setzt semiotisch interpretiert einen Zeichensetzer, d.h. ein menschliches, tierliches oder maschinelles Bewusstsein voraus, sondern für einmal liegt das grosse Problem bei den Zeichen physei, denn hier haben wir ja eine creatio ex ente, die man wie folgt darstellen könnte:

$\Omega \rightarrow A$ mit $A \subset B$.

Das Zeichen A ist bei natürlichen Zeichen sowie bei Anzeichen (Symptomen) ein Teil ihres bezeichneten Objektes. So ist die Eisblume ein Teil (genauer: eine Funktion) des winterliches Klimas. Blitz und Donner sind „Teile“ eines heraufkommenden Sturmes, und die Spuren, welche Robinson Crusoe im Sand fand, die waren ganz gewisse „Teile“ eines anderen lebenden Menschen, der sich noch auf der Insel befand. Ebenso gehören z.B. die scharlachtypischen Ausschläge zum Objekt, d.h. dem „ganzen Krankheitsbild“ Scharlach, usw. Nachdem alle diese natürlichen und Anzeichen nicht thetisch eingeführt, sondern nur (richtig) interpretiert zu werden brauchen, benötigen wir also keinen Zeichensetzer und damit keine creatio ex nihilo. Daraus folgt jedoch, dass sich die grosse Frage stellt, wer denn diese Zeichen sende. Vom wissenschaftlichen Standpunkt aus können wir natürlich nicht allen Ernstes annehme, „Zeus brunze“ (zeús hüyei) oder Gott schütte eine Giesskasse aus. D.h. natürliche Zeichen haben keinen Zeichensetzer, sondern nur einen Zeicheninterpreten, der dessen Aufgabe bei der creatio ex ente, also bei $\Omega \rightarrow$ A mit $A \subset B$ übernimmt.

3. Nochmals anders gesagt: Auch wenn durch die thetischen Einführungen

$$|\!— M \equiv \quad \varnothing \rightarrow M \;= \varnothing.1$$

$$|\!— O \equiv \quad \varnothing \rightarrow O \;= \varnothing.2$$

$$|\!— I \equiv \quad \varnothing \rightarrow I \;= \varnothing.3$$

0-stellige Relationen, d.h. Objekte, kreiert werden, sind diese doch kategoriale Objekte (1975, S. 66) und keine relaen Objekte, die am Ausgangspunkt der Zeicheninterpretation

$$\Omega \rightarrow A \text{ mit } A \subset B$$

stehen, d.h. bei den natürlichen Zeichen wird ein semiotisch-topologischer Zwischenraum übersprungen, nämlich bei den Abbildungen

$$\Omega \rightarrow \{DR\} \rightarrow \{ZR\} \equiv$$

$$\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\} \rightarrow \{\varnothing.1, \varnothing.2, \varnothing.3) \rightarrow \{ZR\}$$

Wir haben somit bei den künstlichen Zeichen alle drei semiotischen Räume, d.h. den ontologischen, den präsemiotischen und den semiotischen Raum

KZR = $<\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}, \{\varnothing.1, \varnothing.2, \varnothing.3)$, $\{ZR\}>$,

aber bei den natürlichen Zeichen lediglich den ontologischen und den semiotischen Raum, d.h.

NZR = $<\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}, \{ZR\}>$.

Thetische Einführung ist daher nichts anderes als das, was Bense „Disponibilität" genannt hatte (1975, S. 44, 45 f., 65 f.). Creatio ex nihilo und creatio ex ente unterscheiden sich somit allein durch das Fehlen des präsemiotischen Raumes bei der creatio ex ente.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Thetische Einführung vs. Interpretation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre.. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Neudefinition von Signal, Symptom und Symbol

1. Gestützt auf die bekannten Definitionen von Signal, Symptom und Symbol durch Karl Bühler:

Das Sprachzeichen „ist *Symbol* kraft seiner Zuordnung zu Gegenständen und Sachverhalten. *Symptom* (Anzeichen, Indicium) kraft seiner Abhängigkeit vom Sender, dessen Innerlichkeit es ausdrückt, und *Signal* kraft seines Appells an den Hörer, dessen äusseres oder inneres Verhalten es steuert wie andere Verkehrszeichen“ (Bühler 1982, S. 28),

auf eine eigene frühere Arbeit (Toth 2008) sowie durch die neuere Untersuchung von semotischen Strukturen als Voraussetzung für Zeichendefinitionen wird hier eine neue Deutung der drei Basisbegriffe der frühen semiotischen Psychologie vorgelegt.

2. Eine Zeichendefinition wie diejenige von Peirce

ZR = (M, O, I)

ist im Grunde völlig sinnlos, da hier in krasser Konterevidenz zur alltäglichen Erfahrung behauptet wird, die ontologische Realität lassen sich in drei semotische Kategorien partitionieren. Zwar wird schon von Peirce behauptet, jedes beliebige Etwas könne zum Zeichen erklärt werden (eine von mir schon früher widerlegte in mehrfacher Hinsicht falsche Behauptung, die leider auch bei Bense 1967, S. 9) steht, allein, diese sogenannte Semiose bleibt weitestgehend im Dunkeln. Da sie aber jedenfalls in der Zeichendefinition ZR bereits vorausgesetzt wird und die ganze Peirce Semiotik auf nichts als ZR beruht, ist sie auch ohnehin ebenfalls sinnlos.

3. Zunächst enthält, wie Peirce hätte wissen müssen, jedes Menge die leere Relation als Teilmenge bzw. Teilrelation, d.h. es auszugehen von

ZR+ = (M, O, I, $\varnothing$).

Da ein mengentheoretisches Axiom besagt

f: $\varnothing \rightarrow$ A,

folgt daraus

$\varnothing \rightarrow A := \varnothing.1$

$\varnothing \rightarrow B := \varnothing.2$

$\varnothing \rightarrow C := \varnothing.3$,

d.h. das semiotische Nichts ist qualitativ verschieden. Nun sind aber die $\varnothing.a$ als 0-stellige Relationen nichts anderes als Objekte, d.h. nicht nur ZR+, sondern bereits ZR enthält nicht nur semiotische, sondern auch ontologische Kategorien, denn das Nullzeichen $\varnothing$ ist ja der Einbruch des ontologischen in den semiotischen Raum. Somit enthält bereits ZR mit den den semiotischen korrelierten ontologischen Kategorien auch die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt, und somit ist auch die Zeichenrelation im Gegensatz zu Peirces steter Behauptung nicht immanent, sondern transzendent, und schliesslich ist vor allem wegen der Anwesenheit sowohl der Kategorien, die den ontologischen wie derjenigen, die den semiotischen Raum partitionieren, die Semiose vom Objekt zum Zeichen eben doch relevant; und zwar bereits für die Zeichendefinition.

4. Wie Bense sehr richtig festgestellt hatte, werden aber der ontologischen und der semiotische Raum durch einen präsemiotischen Raum der „disponiblen Kategorien“ mediiert (Bense 1975, S. 44, 45 f., 65 f.), obwohl man zeigen kann (vgl. z.B. Toth 2009 u. unten), dass diese Mediierung nicht zwingend ist. Sie ist aber, wo immer Zeichen thetisch eingeführt werden, denn die thetische Einführung ist nichts anderes als die Abbildung leerer Mengen auf die Fundamentalkategorien (s. oben, 3.), d.h. also bei allen künstlichen Zeichen. Künstliche Zeichen bedingen den präsemiotischen Raum, weil ihre Kategorien eben künstlich durch f: $\varnothing \rightarrow A$ eingeführt wurden und nicht direkt der realen Natur abgezogen sind wie im Falle der natürlichen Zeichen, wo es ja Interpretation, aber wie allgemein bekannt keine thetische Einführung gibt.

Damit sind wir aber nach längerer Anfahrt bereits am Ziel unserer Reise angelangt. Eine vollständige semiotische Struktur ist jedes Etwas, welches das Tripel

Σ = <{ontol. Kat.}, {disponible Kat.}, {sem. Kat.}>

erfüllt; die Ordnungsrelation garantiert die Direktionalität der Semiose.

Danach ist ein Symbol bzw. ein künstliches, d.h. ein thetisches Zeichen jedes Etwas, das der Definition

KZR = <{$\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$}, {$\emptyset$.1, $\emptyset$.2, $\emptyset$.3) , {ZR}>

genügt. Ein Symptom oder Anzeichen, ebenso wie jedes andere natürliche Zeichen, ist ein nicht-thetisches eingeführtes, sondern interpretiertes (beobachtetes, diagnostiziertes, usw.) Zeichen, das der Definition

NZR = <{$\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$}, {ZR}>

genügt. Ein Signal schliesslich, bei dem im Gegensatz zum Symptom nicht der Empfänger, sondern der Sender unterdrückt ist, ist ein Zeichen, das der Definition

SNR = <{$\emptyset$.1, $\emptyset$.2, $\emptyset$.3) , {ZR}>

genügt. Damit ist auch klar, dass nur künstliche Zeichen vollständige Zeichen im Sinne des vollständigen strukturellen Tripels Σ sind, denn sowohl NZR als auch SNR sind Teilmengen bzw. Teilrelationen von KZR. Ferner sei nochmals betont, dass hier nicht von vorgefertigten Zeichendefinitionen ausgegangen wurde, sondern von einem vollständigen strukturellen Tripel, also in der Vorgangsweise der Bourbakis, und dass von diesem strukturellen Tripel die drei Zeichendefinitionen von KZR, NZR und SNR abgeleitet wurden.

Literatur

Bühler, Karl, Sprachtheorie. Neudruck Stuttgart 1982

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

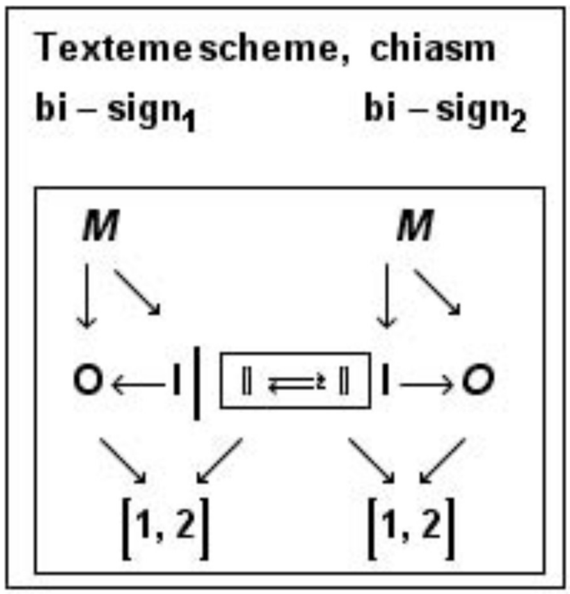
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Signal, Symptom, Symbol. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Creatio ex nihilo und creatio ex ente. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zur Verankerung von Zeichen und Bi-Zeichen

1. Zeichen sind nach Rudolf Kaehr Spezialformen von Bi-Zeichen, diese sind Spezialformen von Diamanten, und diese wieder sind Spezialformen von Textemen, so dass man in der Semiotik eigentlich Texteme untersuchen sollte. Das folgende Modell und der es begleitende Text stammen aus Kaehr (2009, S: 6):



Hence, a decomposition chain might clarify the concept of texteme:

A *texteme* is decomposable to its interacting *bi-signs* by excluding its chiastic

interactivity.

A semiotic *diamond* is a bi-sign, de-rooted from its *anchor*,.

A single *bi-sign* is disconnected from its neighbor bi-sign, hence it is a bi-sign without

interaction but realizing an anchored semiotic diamond with its isolated, and hence

restricted, *environment*.

A *sign* is a semiotic diamond, depraved from its *environment* and its *anchor*.

2.1. Nun hatte ich semiotische Diamanten schon in Toth (2008, S. 177 ff.) eingeführt. Dieser Aufsatz darf aber nicht gelesen werden ohne Kaehrs grundegende Abhandlung „Toth's Semiotic Diamonds" (Kaehr 2008). Um es so kurz wie möglich zu sagen: das grosse Problem bei einer textematischen Perspektive des Zeichenbegriffs ist und bleibt die Verankerung. Das Problem ist das folgende: Die Semiotik an sich zeigt zwar teilweise überraschende polykontexturale Züge [Anm.: Diese Behauptung, obwohl von mir vielfach nachgewiesen, wird von Kaher bestritten.], ist aber als solches der klassischen Wissenschaft verhaftet und damit monokontextural. Nach Kaehr sieht man das am besten an der Eigenrealität, bei der die Realitätsthematik nur die Zeichenthematik repetiert. Kontexturiert man sie jedoch, fallen mit der Eigenrealität auch sämtliche Realitätsthematiken weg, d.h. der logische Identitätssatz ist aufgehoben, und die bipolare, bereits von Peirce intendierte Aufteilung von Subjekt und Objekt auf Zeichen- und Realitätsthematik entfällt zugunsten einer vielfachen Vermittlung von Subjekt- und Objektpol innerhalb einer Zeichenrelation (man mag diese dann Zeichen- oder Realitätsthematik nennen).

2.2. Trotzdem kann man, wie bereits gesagt, die Semiotik quasi erretten und ihre Prim- und Subzeichen kontexturieren. [Ob man damit allerdings eine wirkliche polykontexturale Semiotik erreicht, ist m.E. mehr als fraglich. Kaehr stimmt diesen Befürchtungen zu, aber zieht nicht die selben Konsequenzen daraus wie ich es tue.] Ich möchte deshalb hier das ganze Thema einmal wirklich von unten, d.h. von den Kaehrschen Ankern her, angehen: Wenn ich Kaehr recht verstehe, betriffen die Verankerungen, die er auch und in Sonderheit für semiotische Systeme fordert, deren Rechtfertigung in einem „Satz vom Grunde". Dieser ergibt sich natürlich als Grundlage der logischen Gesetze des Denkens von selbst, wird aber bei der Kontexturierung der Semiotik von erheblicher Bedeutung, da es dann wegen der Öffnung der Mono- zur Polykontexturalität nicht nur einen, sondern meherere Anker gibt. Ein Anker, der polykontexturale Systeme in einem Grunde verankert, kann diesen Grund nur in der Schicht der Objekte selbst finden, d.h. noch unter der Semiotik und sicherlich auch unterhalb der klassischen Logik. Die Objekte stellen aber, logisch gesehen (wenigstens wenn man sie kategorial fasst), 0-stellige Relationen dar, welche mit den von mir in die Semiotik eingeführten Null-Zeichen (Toth 2009a) identisch sind. Nullzeichen ergeben sich natürlich aus der Einsicht, dass die leere Menge Teilmenge jeder Menge und so auch der Menge der Peirceschen Fundamentalkategorien ist, d.h. wir gelangen quasi von selbst von

$$ZR = (M, O, I) \rightarrow ZR+ = (M, O, I, \varnothing).$$

Obwohl nun kartesische Produkte aus $\varnothing$ immer zu $\varnothing$ führen, gilt dies nicht für die Semiotik, denn ebenso wie wir in der Semotik $<1, 2> = (1.2)$ von $<2, 1> = (2.1)$ usw. unterscheiden und damit jede Triade trichotomisch ausdifferenzieren können, können wir das auch mit der neu einzuführenden kategorialen Stufe der Nullheit tun, d.h. wir erhalten $<\varnothing.1> \neq <1.\varnothing>$, $<\varnothing.2> \neq <2.\varnothing>$, $<\varnothing.3> \neq <3.\varnothing>$ (vgl. zur Nullheit als neuer Fundamentalkategorie bereits Bense 1975, S. 65 f. und zur trichotomischen Untergliederung der Nullheit Götz 1982, S. 4, 28). Damit haben wir also zwei Sätze von Nullzeichen, die als 0-stellige Relationen Objekte sind. Nun hatte ich in Toth (2009b) nachgewiesen, dass die Abbildungen von $\varnothing \rightarrow \{M, O, I\}$ nichts anderes als die thetische Einführung von Zeichen aus Objekten

$$|\!- M \equiv \varnothing \rightarrow M = \varnothing.1$$

$$|\!- O \equiv \varnothing \rightarrow O = \varnothing.2$$

$$|\!- I \equiv \varnothing \rightarrow I = \varnothing.3$$

und die konverse Abbildung von $\{M, O, I\} \rightarrow \varnothing$ nichts anderes als die thetische Einführung von Objekten aus Zeichen

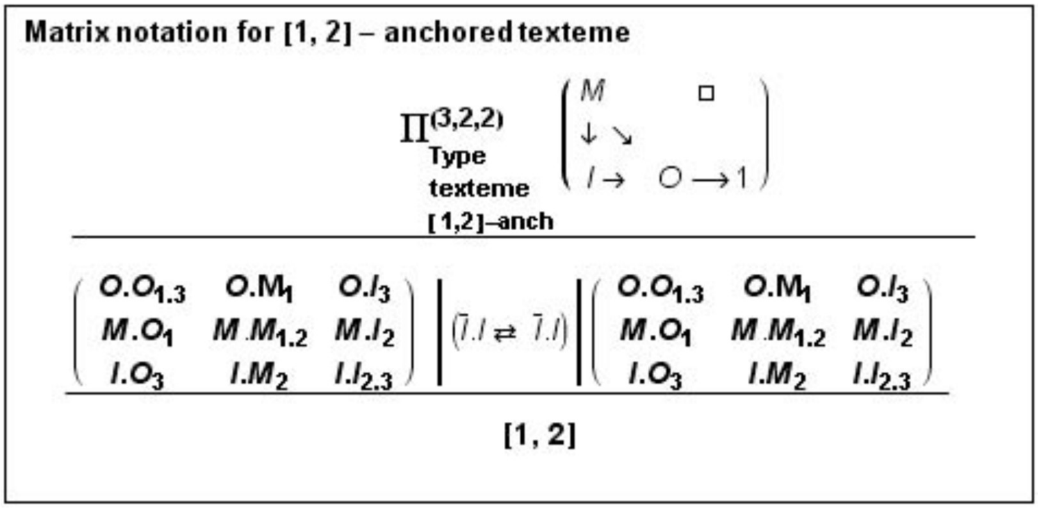
$$-\!| M \equiv M \rightarrow \varnothing = 1.\varnothing$$

$$-\!| O \equiv O \rightarrow \varnothing = 2.\varnothing$$

$$-\!| I \equiv I \rightarrow \varnothing = 3.\varnothing$$

ist. Mit dem ersten Schema kann man somit Zeichen und Bi-Zeichen und mit dem zweiten Realitätsthematiken und Bi-Realitätsthematiken (sofern man an den letzteren Begriffen festhalten möchte) verankern.

3. Das folgende Kaehrsche geankerte Textem



müsste somit in unseren Schreibweise durch das Ankersystem [∅.1, ∅.2], seine realitätsthematische Entsprechung durch das Ankersystem [1.∅, 2.∅] notiert werden. Daneben muss es also auch semiotische Systeme geben, die durch die Systeme [∅.1, ∅.3] bzw. [1.∅, 3.∅] sowie [∅.2, ∅.3] bzw. [2.∅, 3.∅] verankert sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Thetische Einführung von Zeichen und thetische Einführung von Objekten. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Zeichenklassen aus triadischen Subzeichen

1. Wie spätestens seit Toth (2009) bekannt, heisst jede Struktur, welche das Tripel

$\Sigma = \langle \Omega, \varnothing, Z \rangle$,

wobei Ω für die Menge der Objektrelationen, ∅ für die Menge der Nullzeichen-Relationen und Z für die Menge der Zeichenrelationen steht, eine Semiotik. Anstatt die durch das geordnete Tripel gewahrte vollständige Semiose vom Objekt zum Zeichen (vgl. Bense 1967, S. 9) zu betrachten, machen wir uns hier einmal Gedanken, wie wir aus Σ selbst, d.h. also nicht allein aus Z oder aus Kombinationen von Ω, ∅ und Z wie in früheren Publikationen, Zeichenklasse bauen können.

2. Da gilt

$\Omega := \{\{1, 2, 3\}\}$

$\varnothing := \{\langle 0.1 \rangle, \langle 0.2 \rangle, \langle 0.3 \rangle\}$

$Z := \{\{1, 2, 3\}\}$,

handelt es sich also bei Ω, ∅ und Z im Sinne Bense/Walthers (1973, S. 71) um triadische Objekte. Deshalb bekommen wir zu jedem

$\Sigma_i = \langle \Omega_i, \varnothing_i, Z_i \rangle$

ein

$\sigma_i = \{\langle \Omega_{1i}, \varnothing_{1i}, Z_{1i} \rangle, \langle \Omega_{2i}, \varnothing_{2i}, Z_{2i} \rangle, \langle \Omega_{3i}, \varnothing_{3i}, Z_{3i} \rangle\}$

Wegen der obigen Definitionen gilt nun für i = 1

$\sigma_1 = \{\langle 1.1, 0.1, 1.1 \rangle, \langle 2.1, 0.2, 2.1 \rangle, \langle 3.1, 0.3, 3.1 \rangle\}$.

Alle σ_i sind also Mengen von geordneten Tripen von triadischen Relationen, deren Relata selbst triadische Relationen sind. Das Besondere ist jedoch, dass jedes der drei geordneten Tripel eine SEMIOSISCH VOLLSTÄNDIGE Repräsentation eines Subzeichens ist. Dies kann durch eine gewöhnliche Zeichenklasse der Form (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {.1, .2, .3} nicht dargestellt werden, und deshalb wird oft den Symptomen, Anzeichen und anderen natürlichen Zeichen, welche die allgemeine Form

$\mathrm{NZR} = <\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}, \{\mathrm{ZR}\}>$

sowie den Signalen, welche die allgemeine Form

$\mathrm{SNR} = <\{\emptyset.1, \emptyset.2, \emptyset.3)\ , \{\mathrm{ZR}\}>$

haben, oft der Zeichencharakter abgesprochen, da bei ihnen der Empfängerpol (Symptom) oder der Senderpol (Signale) relational betrachtet defektiv ist gegenüber den künstlichen Zeichen, welche die allgemeine Form

$\mathrm{KZR} = <\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}, \{\emptyset.1, \emptyset.2, \emptyset.3)\ , \{\mathrm{ZR}\}>$

haben. Voraussetzung, um NZR, SNR und KZR in einem semiotisch homogenen Modell behandeln zu können, ist also, direkt von der semiotischen Struktur Σ auszugehen und aus ihr semiosisch vollständige Zeichenklassen zu bilden.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Die Strukturen des semiotischen Tripels. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zur Position der Semiotik innerhalb der Wissenschaft

1. Die Position der Semiotik innerhalb des Gebäudes der Wissenschaft war bereits für Peirce unklar, denn einerseits stellte er die Logik als speziellere Wissenschaft hierarchisch über die Semiotik, anderseits aber die Semiotik als speziellere Wissenschaft hierarchisch über die Logik (vgl. Toth 2007, S. 48 ff., 190 ff.). Als direkte Konsequenz aus diesem Problem rühren auch Peirces vergebliche Versuche, eine der triadischen Semiotik „entsprechende" ternäre Logik zu schaffen (vgl. Toth 2007, S. 170 ff.).

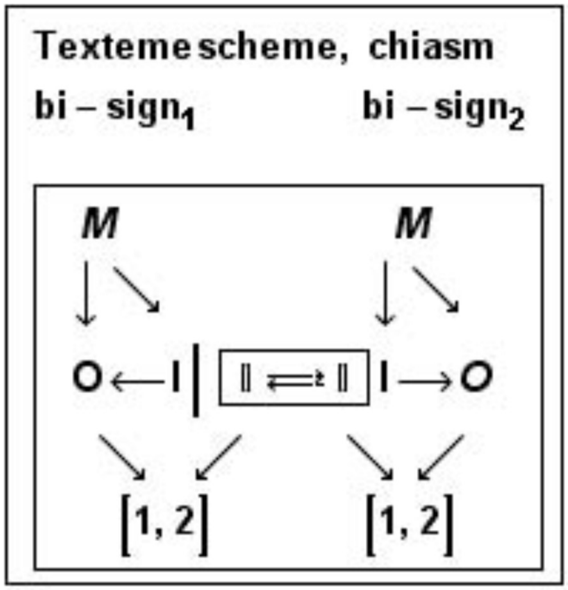
2. Kronthaler (1992) versuchte, das Zeichen und die Zahl durch den „Begriff" zu vermitteln. Da dies jedoch, wie bereits Günther (1991) gezeigt hatte, nur für die qualitative Zahl möglich ist, musste das Zeichen selbst letztendlich auf der Keno-Ebene repräsentierbar bzw. präsentierbar sein (1992, S. 295). Auf die sich bei einem solchen Plan stellenden Probleme hatte ich in einer Reihe von Arbeiten hingewiesen, beginnend mit Toth (1998): Das Zeichen ist definiert als triadische Relation über Inklusionsrelationen und stellt daher gerichtete Abbildungen im Sinne der vollständigen Induktion dar. Damit ist sie wegen ihrer Isomorphie zu den Peano-Zahlen aber monokontextural. Es gibt nun allerdings nur durch diese Definition die Möglichkeiten der trichotomischen Untergliederung der Triade, d.h. der kartesischen Multiplikation der Primzeichen, der Subzeichenbildung, und von hier aus der Konstruktion der Zeichenklassen und Realitätsthematiken. Ohne Nachfolgerelation kein Zeichenbegriff, daher keine Bezeichnung, keine Repräsentation und Interpretation und vor allem keine Unterscheidung zwischen Bezeichnetem und Bezeichnenden. Und gerade die letztere Dichotomie wollte Kronthaler ja mit einer Rückführung der Semiotik auf die Keno-Ebene aufheben. Daraus folgt jedoch, dass auf der Keno-Ebene Zeichen und Objekt nicht mehr voneinander geschieden sind. Das sieht nun zwar auch Kronthaler (1992, S. 291 f.), aber er hält an einer „Hochzeit von Semiotik und Struktur" fest. Die Frage ist aber: Wenn auf der Keno-Ebene Zeichen und Bezeichnetes derselben Kontextur angehören, wozu braucht man dann den Zeichenbegriff überhaupt noch? Dieser macht doch nur in einer Monokontextur Sinn, wo ein Objekt durch ein Anderes, eben ein Zeichen, ersetzt werden kann.

3. Wenn es somit keine Zeichen auf der Keno-Ebene, d.h. der Ebne der Keno- und Morphogramme, gibt, dann kann die Semiotik auf jeden Fall auch nicht dort angesiedelt sein. Nun hat aber Kaehr (2008) gezeigt, wie es, ohne auf die Keno-Ebene hinunterzusteigen, dennoch möglich ist, eine polykontexturale Semiotik zu konstruieren, und zwar durch Kontextuierung der Peirceschen Fundamentalkategorien:

PZR = $(.1._{\alpha\beta}, .2._{\gamma,\delta}, .3._{\varepsilon,\zeta})$.

Wenn $\alpha \neq \beta$ oder $\gamma \neq \delta$ oder $\varepsilon \neq \zeta$, dann stimmen selbst bei Dualinvarianz der Subzeichen im Falle der Struktur (x.y id_i y.x) mit $i \in \{1, 2, 3\}$ die Realitätsthematiken und die Zeichentheamtiken nicht mehr miteinander überein, da dann z.B. $\alpha, \beta \neq \beta, \alpha$ gilt, d.h. es gibt keine Eigenrealität mehr. Man kann somit eine polykontexturale Semiotik konstruieren, ohne auf die Keno-Ebene hinuterzusteigen, aber indem man den logischen Identitätssatz ausschaltet. Bei einem solchen polykontexturalen Zeichen sind nun zwar Zeichen und Bezeichnetes ebenfalls nicht mehr voneinander kontextural getrennt, aber gerade wegen des aufgehobenen logischen Identitätssatzes qua Differenz von Zeichen- und Realitätsthematik unterscheidbar! Genau hierin liegt die Genialität der Kaehrschen Lösung. Freilich, auch diese Lösung hat einen Haken, denn von den zwei von Kronthaler (1992) zur Aufhebung geforderten „Limitationstheoremen“ – dem Theorem der Objekttranszendenz des Zeichen und dem Theorem der „Zeichenkonstanz“ anstatt Strukturkonstanz bleibt hier das letztere bestehen, und zwar deshalb, weil Zeichenkonstanz an die Materialität der Zeichen gebunden ist und diese ohne die Zurückführung des Zeichenbegriffs auf die Keno-Ebene ja nicht eliminiert werden kann.

4. Kaehr hat aber mit seiner genialen Lösung etwas weiteres geschaffen: Er hat bewiesen, dass es polykontexturalen Systeme gibt, die nicht auf der Keno-Ebene liegen. Ferner hat er in einer weiteren Arbeit (Kahr 2009) die Theorie der „Anker“ (anchors) eingeführt und hierfür das Zeichen als Fragment des Diamanten, den Diamanten als Fragment des Bi-Zeichens und dieses als Fragment eines „Textems“ (das nicht mit den strukturalistischen Textemen zu verwechseln ist) eingeführt. Das folgende Modell stammt aus Kaehr (2009):



Wie man erkennt, müssen also polykontexturale Zeichen, die nicht auf der Ebene der Keno-Grammatik eingeführt werden, d.h. Zeichen, bei denen nur das Limitationstheorem der Objekttranszendenz und nicht auch dasjenige der Materialkonstanz aufgehoben ist, verankert werden: dies ist im obigen Kaehr-schen Modell durch die beiden Symbole [1, 2] angedeutet. In einer früheren Arbeit schreibt Kaehr dazu: „Anchors are realized in a kenomic grid. This happens at first as a proto-numbering of anchors. Anchors of diamonds, and as a consequence of semiotics, too, are not part of diamonds or semiotics. That is, anchors are not represented by diamond's firstness, secondness, thirdness and fourthness. Because anchors are realized in a kenomic grid, their numeric representation level shall be 0, hence Zeroness, also understood as Emptiness or Voidness. It represents the fifth category of anchored diamonds" (Kaehr 2008, S. 21).

5. Eine semiotische Ebene der Zeroness oder Nullheit wurde schon von Bense (1975, S. 66) postuliert und später, vor allem im Rahmen der semiotischen Objekttheorie, von Stiebing (1981, 1984) wieder aufgenommen. Bense siedelt auf der Ebene der Nullheit die „disponiblen Kategorien" an, d.h. kategoriale Objekte. Nullzeichen resultieren aus der Einführung der Peirceschen Zeichen-

relation als Menge der Primzeichen (Bense 1971, S. 33 ff.) in natürlicher Weise, insofern die leere Menge Teilmenge aller Mengen ist, d.h. wir haben sofort

$ZR = (M, O, I) \rightarrow ZR+ = (M, O, I, \varnothing)$.

Dass $\varnothing$.d, ebenso wie 3.a, 2.b und 1.c eine trichotomische Untergliederung zulässt, obgleich in einer rein quantitativen Mathematik kartesische Produkte mit $\varnothing$ ebenfalls $\varnothing$ sind, wurde bereits von Bense (1975, S. 45 f.) und Götz (1982, S. 4, 28) gesehen. Götz nennt diese Trichotomie der Nullheit „Sekanz, Semanz und Selektanz", und zwar im Rahmen seiner semiotischen Theorie der Form, die vom Standpunkt der viel bekannteren Formtheorie Spencer Browns nie berücksichtigt worden ist. Damit haben wir also drei trichotomische Nullheiten $\varnothing$.1, $\varnothing$.2 und $\varnothing$.3 und drei ihnen duale Konversen 1.$\varnothing$, 2.$\varnothing$ und 3.$\varnothing$, welche 0-stellige Relationen und damit Objekte darstellen. Dies ist also in semiotischer Terminologie der Kaehrsche Bereich der „Emptiness" bzw. „Voidness", in deren kenomic grids die von ihm geschaffenen polykontextural-semiotischen Systeme verankert sind.

Es wird hier aber Zeit, die bisher erarbeiteten Hinweise zu einer Positionierung der Semiotik, um die es uns doch hautpsächlich geht, zusammenzufassen: In einem ersten Schritt haben wir eine monokontexturale Zeichenklasse

Zkl = (3.a 2.b 1.c),

welche selbstverständlich sowohl durch das Theorem der Objekttranszendenz als auch durch dasjenige der Materialkonstanz limitiert ist. Wir hatten herausgefunden, dass wir das Theorem der Materialkonstanz nicht eliminieren können, ohne dass die ganze Semiotik zusammenbricht bzw. ohne dass es völlig sinnlos wird, über noch den Begriff „Zeichen" zu gebrauchen. Kaehr (2008) folgend, können wir jedoch das Theorem der Objekttranszedenz durch Elimination des logischen Identitätssatzes aufheben, und dies tun wir, in dem wir unsere Zeichenklasse kontexturieren:

$Zkl_{cont} = ((3.a)_{\alpha,\beta}\ (2.b)_{\gamma,\delta}\ (1.c)_{\varepsilon,\zeta})$.

Die für Zeichen, Bizeichen und Diamanten nötige Verankerung erreichen wir durch Einführung der semiotischen Nullheit, d.h. durch die vierte Kategorie (0.d) vermittels der einfachen Üeberlegung, dass die leere Menge Teilmenge jeder Menge ist. Damit bekommen wir also zunächst

Zkl+ = (3.a 2.b 1.c ∅.d)

und hernach

$\text{Zkl+}_{\text{cont}} = ((3.a)_{\alpha,\beta}\ (2.b)_{\gamma,\delta}\ (1.c)_{\varepsilon,\zeta}\ (\varnothing.d))$.

Wir bekommen damit ein Positionsmodell, das ungefähr wie folgt aussieht:

monok. Semiotik	(Lim.axiome gültig)	arist.Logik; quant.Math.
polykont. Semiotik	Th.d.Obj.transz. elim.	?; Peirce-Zahlen?
Kenogrammatik Morphogrammatik	Th.d.Obj.transz. elim. Th.d.Mat.konst. elim.	polyk.Logik; qual.Math.

Zu Peirce-Zahlen vgl. z.B. Toth (2009). Wie man also erkennt, ist die wirklich bedeutende Frage nicht so sehr die von Peirce immer wieder zu beantworten versuchte von der gegenseitigen Dominanz von Logik und Semiotik, sondern die bedeutende Frage, die sich freilich erst seit dem bahnbrechenden Aufsatz von Kaehr (2008) stellt, ist die nach der logischen und der mathematischen Korrespondenz der polykontexturalen Semiotik als Semiotik mit eliminierter Theorie der Objekttranszendenz, aber nicht Materialkonstanz. Kurz gesagt: Zwischen reiner Quantität im Sinne von Monokontexturalität und reiner Qualität im Sinne von Polykontexturalität sind die bisherigen Untersuchungen zum Transitionsbereich von quantiativer Qualität und qualitativer Quantität defektiv (vgl. jedoch Kronthaler 1986, S. 77 ff., 92 ff.).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden.Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadutextemes.

pdf (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualtitäten. Frankfurt am Mai 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte" zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus (Hrsg.), Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Ist ein qualitativer semiotischer Erhaltungssatz möglich? In: Semiosis 91/92, 1998, S. 105-112

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die Verankerung der Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken

1. In Toth (2009a, b) wurden Vorschläge zum Einbau der Kaehrschen Anker (Kaehr 2009) in die kontexturierten Zeichenklassen und Realitätsthematiken gemacht, bei denen das Theorem der Objekttranszendenz aufgehoben ist. Eine Semiotik, in der dieses Limitationstheorem gefallen ist, ist eine Semiotik, bei der es keine apriori Unterscheidung zwischen Zeichen und Bezeichnetem bzw. Zeichen und Objekt mehr gibt (vgl. Kronthaler 1992, S. 292). Allerdings ist die Aufhebung der Objekttranszendenz durch die Ausschaltung des logischen Identitätssatzes bedingt, und dieser bewirkt, dass bei der Dualisierung kontexturierter Subzeichen diese nicht mehr-selbstidentisch sind. Kurz gesagt: In einer Semiotik, bei der Bild und Urbild, Zeichen und Objekt, nicht mehr kontextural getrennt sind, gibt es keine Eigenrealität mehr:

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$;

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \neq (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

2. Eigentümlicherweise ist es aber gerade dieser Grund, der dazu führt, dass sozusagen durch die Hintertür Zeichen- und Realitätsthematiken wieder unterscheidbar werden, eben durch ihre Un-Gleichheit, vgl. auch

$\times(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) = (1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$:

hier haben wir also mehrere Formen von Ungleichheit vor uns, wobei die beiden grundlegenden Formen die Ungleichheit von Zeichen- und Realitätsthematik und die Ungleichheit der kontexturalen Indizes sind.

Da die Anker, wie Kaehr (2009, S. 21, Anm. 7) sehr klar ausgeführt hat, im „kenomic grid" wurzeln, gibt es hier DIE Möglichkeit, polykontexturale Zeichenklassen, bei denen ja das zweite Limitationstheorem, das der Materialkonstanz nicht aufhebbar ist, ohne die Idee des Zeichens selbst zu vernichten, trotzdem auf ihre keno- und morphogrammatische Basis zurückzuführen – eben via Ankerungen. Wie in Toth (2009b) ausgeführt wurde, können die trichotomisch untergliederten Anker (für die Zeichenthematiken) und ihre dualen Konversen (für die Realitätsthematiken, die ja unterscheidbar sind auf der Ebene der blossen Objekttranszedenz-Freiheit von Zeichenklassen) als Repräsentanten der von Kaehr für die Anker verlangten „Emptiness“, „Voidness“ oder „Nullheit“ gebraucht werden, denn einerseits sind die Nullzeichen als kategoriale Objekte schon von Bense (1975, S. 66) eindeutig auf einer zusätzlichen Ebene der fundamentalkategorialen Nullheit angesiedelt worden, anderseits sind Nullzeichen als 0-stellige Zeichen natürlich nichts anderes als Objekte, so dass Anker, semiotisch gesprochen, im ontologischen Raum wurzeln, während die semiotischen Schiffe im semiotischen Raum schaukeln (zu den beiden Räumen vgl. Bense 1975, S. 65 f.).

Was also in der folgenden Tabelle geboten wird, ist nicht einfach eine „Erweiterung“ der bekannten 10 Peirceschen Zeichenklassen und ihrer dualen Realitätsthematiken durch die Nullzeichen der Formen $\varnothing.a$ bzw. $a.\varnothing$, sondern ihre Verankerung, die dazu dient, das bei polykontexturalen Zeichenklassen wegen bestehender Zeichen- statt Strukturkonstanz sonst nicht erreichte Kaehrsche „kenomic grid“ zu erreichen, indem die Zeichen- und Realitätsthematiken, im semiotischen Raum befindlich, zugleich im ontologischen Raum “eingewurzelt“ werden. Um die Verankerung anzudeuten, benutzen wir hier das Zeichen $\lightning$.

1. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3} \lightning \varnothing.1) \times \quad (1.\varnothing \lightning 1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
2. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3} \lightning \varnothing.2) \times \quad (2.\varnothing \lightning 1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$
3. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3} \lightning \varnothing.3) \times \quad (3.\varnothing \lightning 1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$

4. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1 \lightning \varnothing.2) \times \quad (\varnothing.2 \lightning 2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$
5. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1 \lightning \varnothing.3) \times \quad (\varnothing.3 \lightning 2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$

6. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3 \lightning \varnothing.3) \times \quad (3.\varnothing \lightning 3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$

7. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1 \lightning \varnothing.2) \times \quad (2.\varnothing \lightning 2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

8. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1 ↯ \varnothing.3) \times \quad (3.\varnothing ↯ 2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

9. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3 ↯ \varnothing.3) \times \quad (3.\varnothing ↯ 3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

10. $(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3 ↯ \varnothing.3) \times \quad (3.\varnothing ↯ 3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$

11. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1 ↯ \varnothing.2) \times \quad (2.\varnothing ↯ 2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$

12. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1 ↯ \varnothing.3) \times \quad (3.\varnothing ↯ 2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$

13. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3 ↯ \varnothing.3) \times \quad (3.\varnothing ↯ 3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$

14. $(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3 ↯ \varnothing.3) \times \quad (3.\varnothing ↯ 3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$

15. $(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3 ↯ \varnothing.3) \times \quad (3.\varnothing ↯ 3.1_3\ 3.2_2\ 3.3_{3,2})$

Quasi als Kolophon sei bemerkt, dass damit wohl Kronthalers voeu einer Heirat von Semiotik und Struktur erreicht ist, allerdings nicht, wie von Kronthaler (1992) vorgeschlagen, durch Abbldung von Zeichen auf Kenos, was zur Vernichtung der Zeichen führt, sondern 1. durchs Kaehrs (2008) Einführung der Kontexturierung von Primzeichen, und 2. durch Kaehrs (2008/2009, schon in früheren Arbeiten erwähnt) Einführung der Anker. Durch 1. wird man das Limitationstheorem der Objekttranszendenz los, durch 2. kann man die kontexturierte Semiotik, die ja wegen des Bestehenbleibens des Theorems der Materialkonstanz quasi „halb-polykontextural" ist, mittels der Anker trotzdem auf die Ebene der Keno- und Morphogrammatik, also in die „kenomatic grids" zurückführen, d.h. das Resultat ist nun nicht nur eine kontexturierte, sondern eine polykontexturale Semiotik. Ich muss zugeben, dass ich das Problem der

Heirat von Semiotik und Struktur selber für unlösbar gehalten habe. Für die Lösung, die Rudolf Kaehr mit seinen zwei trickreichen Verfahren, die im Grunde höchstintelligente Theorien sind, erreicht hat, müsste man ihm dem Nobelpreis verleihen, denn die gedankliche Tiefe, die nötig ist, um die Grenze zwischen Zeichen und Objekt aufzuheben, ohne das Zeichen zu zerstören, lässt selbst die Anstrengungen im Bereiche der bekanntesten physikalischen Theorien wie Sandkastenspiele erscheinen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes.

http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadutextemes.

pdf (2009)

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Zur Verankerung von Zeichen und Bi-Zeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Zur Position der Semiotik innerhalb der Wissenschaft. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Calculus semioticus: Was zählt die Semiotik?

> O mathématiques sévères, je ne vous ai pas oubliées, depuis que vos vivantes leçons, plus douces que le miel, filtrèrent dans mon cœur, comme une onde rafraîchissante. J'aspirais instinctivement, dès le berceau, à boire à votre source, plus ancienne que le soleil, et je continue encore de fouler le parvis sacré de votre temple solennel, moi, le plus fidèle de vos initiés. Il y avait du vague dans mon esprit, un je ne sais quoi épais comme de la fumée; mais, je sus franchir religieusement les degrés qui mènent à votre autel, et vous avez chassé ce voile obscur, comme le vent chasse le damier. Vous avez mis, à la place, une froideur excessive, une prudence consommée et une logique implacable. A l'aide de votre lait fortifiant, mon intelligence s'est rapidement développée, et a pris des proportions immenses, au milieu de cette clarté ravissante dont vous faites présent, avec prodigalité, à ceux qui vous aiment d'un sincère amour. Arithmétique! algèbre! géométrie! trinité grandiose! triangle lumineux! Celui qui ne vous a pas connues est un insensé!
>
> *Comte de Lautréamont, Les Chants de Maldoror* II, 10

Vorbemerkung: Dieser Text ist Teil einer grossangelegten Untersuchung, mit der nicht nur gezeigt werden soll, dass die Semiotik formalisierbar ist, da sie auf einem ordinalen und d.h. mathematischen und logischen Zeichenbegriff definiert ist, sondern mit der vor allem herausgestellt werden soll, dass die Semiotik, neben Mathematik und Logik, die zentrale von drei „Zählwissenschaften“ ist, die nach einem Vorschlag R. Kaehrs (2009) innerhalb der „Graphematik“ behandelt werden kann.

1. Peirce-Zahlen-Arithmetik ohne Null

Bereits in Toth (2009) wurde darauf hingewiesen, dass wir innerhalb von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken zwei verschiedene Arten von Ordnungstypen innerhalb der von Bense so genannten Primzeichen (Bense 1980) oder der von mir sogenannten Peirce-Zahlen antreffen. Wenn man sich vergegenwärtigt, dass die triadische Peircesche Zeichenrelation das folgende Ordnungsschema aufweist (vgl. Bense 1979, S. 67):

$$ZR(td.) = ((M) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))) = (1 \rightarrow (2 \rightarrow 3)),$$

während die trichotomische Zeichenrelation einer allgemeinen Zeichenklasse

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

die Ordnung ($a \leq b \leq c$) aufweist, so steht also die irreflexive und asymmetrische Ordnung der triadischen Peirce-Zeichen (tdP) der reflexiven und symmetrischen Ordnung der trichotomischen Peirce-Zeichen (ttP) gegenüber:

$\mathrm{td}\mathbb{P} = (<, \mathbb{N})$

$\mathrm{tt}\mathbb{P} = (\leq, \mathbb{N})$.

Dennoch fallen aber beiden „Ordnungstypen“ (Hausdorff) der Peirce-Zeichen insofern aus dem Rahmen, als die üblichen arithmetischen Operationen über $\mathbb{N}$

$1 + 1 = 2$

$1 + 2 = 3 = 2 + 1$, usw.

semiotisch sinnlos sind, da man nicht einfach zwei Mittelbezüge addieren kann, um etwas ganz anderes, d.h. einen Objektbezug zu erhalten, oder einen Objekt- und einen Mittelbezug addieren kann, um einen Interpretantenbezug zu bekommen, usw.

Trotzdem wissen wir seit Beckmann, Berger, Walther (1979, S. 135 ff.) und Toth (2008), dass die zehn Peirceschen Zeichenklassen einen Verband definieren und dass daher die folgenden verbandstheoretischen (booleschen) Operationen funktionieren:

$1 \sqcap 1 = 1$

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$1 \sqcup 1 = 1$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man natürlich auch die beiden Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$\mathrm{td}\mathbb{P} \quad = (1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(\mathrm{Td}\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1)$

$tt\mathbb{P} \quad = (1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(Tt\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1)$

Dennoch ist es mit Hilfe der für Peirce-Zahlen gültigen Operationen unmöglich, von einer Erstheit zu einer Zweitheit oder Drittheit oder von einer Zweitheit zu einer Drittheit (und jeweils umgekehrt) zu gelangen. Bense hatte sich schon sehr früh damit beholfen, dass er – wohl in Voraussicht auf die Unterscheidung von zwei Ordnungstypen der Peirce-Zeichen – zwischen „koordinativen" und „selektiven" generativ-semiosischen sowie degenerativ-retrosemiosischen Operationen unterschieden hatte (vgl. Toth 2008, S. 13). Koordination ist also jene Operation, welche die Sukzession $\sigma(n) = n + 1$ für jede triadische Peirce-Zahl n, beginnend mit $n = 1$ liefert. Da das Nullzeichen original aber nicht definiert ist in der triadischen Peirceschen Zeichenrelation, kann 1 selbst nicht hergestellt, sondern muss „thetisch eingeführt" werden, d.h. es muss eine gesonderte Operation angenommen werden (vgl. Toth 2008, S. 15). Da für die Koordinationsoperation seit Bense das Zeichen $\mapsto$ verwendet wird, haben wir also

$ZR = 1. \mapsto 2. \mapsto 3.$, bzw.

$td\mathbb{P} = (\mapsto, \mathbb{N})$

Für die Selektionsoperation verwendet Bense leider das irreleitende Zeichen $>$, das, wie oben gezeigt, dasselbe wie $\leq$ bedeutet:

$ZR = .1 > .2 > .3$

$td\mathbb{P} = (>, \mathbb{N})$.

Die Unterscheidung zwischen „Koordination" und „Selektion" (auch wenn diese Begriffe mathematisch nichtssagend sind) ist wichtig, um es nochmals hervorzuheben, denn die lineare Progression der der Triaden ist ja wie folgt

$td\mathbb{P} = 1 \mapsto 2 \mapsto 3 \mapsto ...$

während diejenige der Trichotomien wie folgt ist

$$tt\mathbb{P} = \begin{cases} 1 > 1 \;/\; 1 > 2 \;/\; 1 > 3 \\ 2 > 2 \;/\; 2 > 3 \\ 3 > 3 \end{cases}$$

Man würde also besser z.B. die Zeichen ↱ und |↱ wählen, um mit ersterer die Progression der td$\mathbb{P}$ und mit letzterer diejenige der tt$\mathbb{P}$ zu bezeichnen:

ZR = 1. ↱ 2. ↱ 3., bzw.

td$\mathbb{P}$ = (↱, $\mathbb{N}$)

ZR = 1. |↱ 2. |↱ 3., bzw.

tt$\mathbb{P}$ = (|↱, $\mathbb{N}$)

Wenn Bense also, wie er dies an mehreren Stellen tat, z.B. in (1979, S. 45; 1981, S. 39) das Nachfolger-Ordnungsprinzip der Peanozahlen

1, 2, 3, ...

1, 11, 111, ...

mit denjenigen der Primzeichen (1975, S. 167 ff.) gleichsetzte (vgl. auch 1983, S. 192 ff.), dann ist das 1. falsch – denn es gibt ja – wie oben gezeigt, keine Operation, um durch Addition von Monaden Dyaden oder von Monaden und Dyaden Triaden zu erzeugen, und 2. vergisst Bense zu sagen und zu begründen, dass die von ihm eher provisorisch eingeführten Operationen Koordination und Selektion im Gegensatz zu den rein quantitativen verbandstheoretischen Operationen QUALITATIV sind. D.h. (polykontextural-) arithmetische Operationen wie

M + M = ?	1 + 1 = ?
O + O = ?	2 + 2 = ?
I + I = ?	3 + 3 = ?
M + M + M = ?	1 + 1 + 1 = ?
M + O = ?	1 + 2 = ?
O + I = ?	2 + 3 = ?

involvieren jenen „qualitativen Sprung“, von dem Kierkegaard gesprochen hatte: “Die Sünde kommt also hinein als das Plötzliche, d.h. durch einen Sprung; aber dieser Sprung setzt zugleich die Qualität; doch indem die Qualität gesetzt ist, ist im selben Augenblick der Sprung in die Qualität hineinverflochten und von der Qualität vorausgesetzt und die Qualität vom Sprunge” (1984, S. 32). Kurz gesagt: Die Semiotik besteht aus zwei Zahlensorten:

$td\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$ und $td\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$,

aus den quantitativen booleschen Operatoren

$\sqcap, \sqcup, \sqsubset, \sqsupset, =$,

sowie aus den qualitativen Operatoren

↱, |↱

und ist damit einmal mehr als ein quantitativ-qualitatives Teilgebiet der Mathematik nachgewiesen.

2. Peirce-Zahlen-Arithmetik mit Null

Das Zeichen wird wie folgt definiert (vgl. z.B. Bense 1967, S. 9)

$ZR = \{M, O, I\}$.

Da man über jeder Menge ihre Potenzmenge bilden kann, bekommen wir

$\wp ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{O, I\}, \{M, I\}, \{M, O, I\}, \emptyset\}$,

weshalb wir erneut definieren können

$ZR+ = \{M, O, I, \emptyset\}$.

Da nach Bense (1979, S. 67)

$ZR(td) = (1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.) \equiv (1 \subset 2 \subset 3)$ bzw.

$ZR(td, \emptyset) = (0. \rightarrow 1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.) \equiv (0 \subset 1 \subset 2 \subset 3)$

und z.B. nach Walther (1979, S. 79) gilt

$ZR(tt) = (.1 \leq .2 \leq .3) \equiv (.1 \subseteq .2 \subseteq .3)$ bzw.

$ZR(tt, \emptyset) = (.0 \leq .1 \leq .2 \leq .3) \equiv (.0 \subseteq .1 \subseteq .2 \subseteq .3)$, haben wir zwei semiotische Zahlensysteme, die wir (um die Null) erweiterte Peirce-Zahlen nennen, bzw. ein semiotisches Zahlensystem mit zwei Ordnungstypen

$td\mathbb{P} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subset)$ bzw. $td\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subset)$ bzw.

$tt\mathbb{P} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subseteq)$ bzw. $tt\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subseteq)$.

Nach Beckmann ap. Walther (1979, S. 135 ff.) gelten sowohl für $td\mathbb{P}$ als auch für $tt\mathbb{P}$ die verbandstheoretischen (booleschen) Operationen: $\sqcap$, $\sqcup$, $\sqsubset$, $\sqsupset$, $=$:

$0 \sqcap 0 = 0, 1 \sqcap 1 = 1, 2 \sqcap 2 = 2, 3 \sqcap 3 = 3$

$0 \sqcap 2 = 0 = 2 \sqcap 0$

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$0 \sqcup 0 = 0, 1 \sqcup 1 = 1, 2 \sqcup 2 = 2, 3 \sqcup 3 = 3$

$0 \sqcup 2 = 0 = 2 \sqcup 0$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man die beiden erweiterten Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$td\mathbb{P} \quad = (0 \sqsubset 1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(Td\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1 \sqsupset 0)$

$tt\mathbb{P} \quad = (0 \sqsubset 1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(Tt\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1 \sqsupseteq 0)$

Ferner gelten nach Toth (oben, Abschnitt 1) die beiden qualitativen Operatoren

$\Rsh, |\Rsh,$

nämlich

$td\mathbb{P} = (0 \Rsh 1 \Rsh 2 \Rsh 3)$

$$tt\mathbb{P} = \begin{cases} 0 \parallel 0 \,/\, 0 \Rsh 1 \,/\, 0 \Rsh 2 \,/\, 0 \Rsh 3 \\ 1 \parallel 1 \,/\, 1 \Rsh 2 \,/\, 1 \Rsh\Rsh 3 \\ 2 \parallel 2 \,/\, 2 \Rsh 3 \\ 3 \parallel 3, \end{cases}$$

so dass wir also die Ordnungsstrukturen wie folgt vervollständigen können:

$$\boxed{\begin{array}{l} td\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subset, \Rsh) \\ tt\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subseteq, |\Rsh) \end{array}}$$

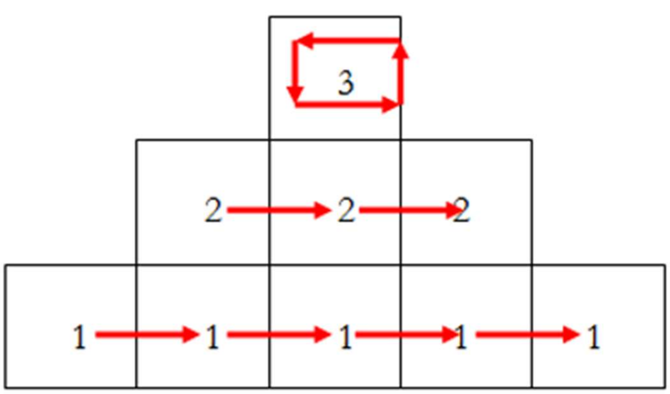
Die hier kurz skizzierte quantitativ-qualitative erweiterte Peirce-Zahlen-Arithmetik kann man gut mit Hilfe des in Toth (2009) eingeführten Treppenmodells, eines flächigen Zahlenschemas, darstellen. Zur Illustration beschränken uns hier auf ZR, da ZR+ leicht selbst gezeichnet werden kann. Z.B entspricht die rot ausgezogene Zählrichtung den folgenden Additionen:

$M + M = ?$ $\quad$ $1 + 1 = ?$

$O + O = ?$ $\quad$ $2 + 2 = ?$

$I + I = ?$ $\quad$ $3 + 3 = ?$

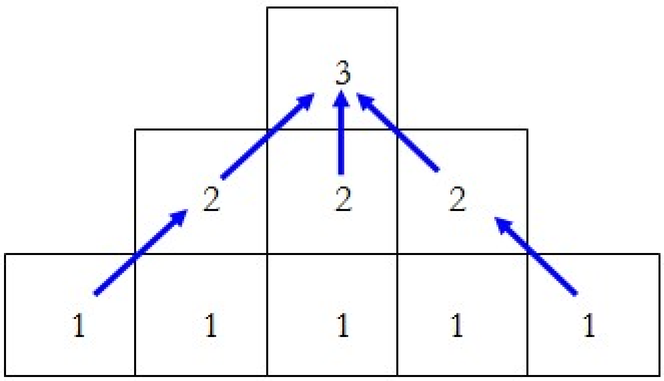
$M + M + M = ?$ $\quad$ $1 + 1 + 1 = ?$



Blau ausgezogen sind im folgenden die Operationen mit Kontexturüberschreitungen, d.h. sobald die 2. Dimension des Treppenschemas benutzt werden muss:

M + O = ?   1 + 2 = ?

O + I = ?   2 + 3 = ?



3. Mediation von Peirce-Zahlen

Die Semiotik beruht auf 3 Zahlentypen, die weder rein quantitativ noch rein qualitativ sind:
1. den triadischen Peirce-Zahlen
tdP = {1., 2., 3.},
2. den trichotomischen Peirce-Zahlen
ttP = {.1, .2, .3},
3. den diagonalen Peirce-Zahlen
dgP = {.1., .2., .3.},
die sich durch die der Semiotik eigene (nicht-kommutative) Operation der „additiven Assoziation“ (Bense 1981, S. 204) aus den übrigen beiden Zahlen bestimmen lassen:
dgP = tdP ⊛ ttP = {1., 2., 3.} ⊛ {.1, .2, .3} = {1.1 2.2 3.3}.

Als vierter semiotischer Zahlentyp werden nun die Mediativ-Zahlen eingeführt:
mdP = { ([.]a[.] ↔ [.]b[.])}.

Diese lassen sich unter Verwendung von Morphismen mit einer der Vektorschreibung angelehnten Notation auch als Paar von Morphismus und Heteromorphismus einführen:

a ↰↱ b mit a, b ∈ {(.)1(.), (.)2(.), (.)3(.)}.
Wie man erkennt, ist die obige Notation jedoch nur eine von vier möglichen Kombinationen aus Morphismen/Heteromorphismen:
a ↱↱ b ⍰⍰(a.b.)
a ↰↱b ⍰⍰(.ab.)
a ↱↰b ⍰⍰(a..b)
a ↰↰b⍰⍰⍰(.a.b)

Hierzu kann man nun 4 semiotische Matrizen aufgrund der 4 involvierten verschiedenen Peirce-Zahlen konstruieren:

1. a ↱↱ b ⍰⍰(a.b.)

	1.	2.	3.
1.	1.1.	1.2.	1.3.
2.	2.1.	2.2.	2.3.
3.	3.1.	3.2.	3.3.

2. a ↰↱ b ⍰⍰(.ab.)

	1.	2.	3.
.1	.11.	.12.	.13.
.2	.21.	.22.	.23.
.3	.31.	.32.	.33.

3. a ↱↰ b ⍰⍰(a..b)

	.1	.2	.3
1.	1..1	1..2	1..3
2.	2..1	2..2	2..3
3.	3..1	3..2	3..3

4. a ↰↰ b ⍰⍰(.a.b)

	.1	.2	.3
.1	.1.1	.1.2	.1.3
.2	.2.1	.2.2	.2.3
.3	.3.1	.3.2	.3.3

Ferner kann man über diesen Matrizen mit Hilfe der folgenden abstrakten Schemata je 10 Zeichenklassem und duale Realitätsthematiken konstruieren:

1. Zkl = (a.b. c.d. e.f.) × (f.e. d.c. b.a.)
2. Zkl = (.ab. .cd. .ef.) × (f..e d..c b..a)
3. Zkl = (a..b c..d e..f) × (f..e d..c b..a)
4. Zkl = (.a.b .c.d .e.f) × (f.e. d.c. b.a.)

Wie man sieht, gilt somit

Rth(Zkl 1) = Rth(Zkl 4)
Rth(Zkl 2) = Rth(Zkl 3),

das bedeutet aber, dass Eigenrealität bei Nr. 4 aufgehoben ist:
$(.3.1\ .2.2\ .1.3) \times (3.1.\ 2.2\ .1.3.)$ mit
$(.3.1\ .2.2\ .1.3) \neq (3.1.\ 2.2\ .1.3.)$, vgl.

$(3.1_{\square,\square}\square 2.2_{\square,\square}\square 1.3_{\varepsilon,\square}) \times\square(3.1_{\square,\varepsilon}\ 2.2_{\square,\square}\square 1.3_{\square,\square})$ mit
$(3.1_{\square,\square}\square 2.2_{\square,\square}\square 1.3_{\varepsilon,\square}) \neq (3.1_{\square,\varepsilon}\ 2.2_{\square,\square}\square 1.3_{\square,\square})$.

4. Kontexturale Mediationszahlen

Sowohl die kontexturierte Primzeichen-Relation

$PZR^* = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}$,

als auch die kontexturierte Hauptdiagonale der semiotischen Matrix

Gen. Kat. $= (1.1)_{1,3}, (2.2)_{1,2}, (3.3)_{2,3}$

werden nach dem Vorschlag Kaehrs (2008) mit den gleichen Kontexturenzahlen indiziert. Wir können somit die den identitiven Morphismen entsprechenden genuinen Subzeichen der Form (x.x), $x \in \{1, 2, 3\}$ als (primäre) Peirce-Zahlen auffassen und die nicht-genuinen Subzeichen der Form (x.y) bzw. $(x.y)^\circ = (y.x)$ als semiotische Vermittlungs- oder Mediationszahlen.

Auf diese Weise bekommen wir nun drei separate Vermittlungssysteme für kardinale, ordinale und relationale Peirce-Zahlen, die von Bense als

Za(R) = R(Za(kard), Za(ord), Za(rel))

im Sinne der „zeichenanalogen triadischen Relation der Zahl“ (Bense 1980, S. 293) definiert worden waren:

1. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der tdP:

Peirce-Zahl (tdP) = 1 = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_{1}$, $(2.1)_{1}$

Peirce-Zahl (tdP) = 2 = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (tdP) = 3 =

1/3, 3/1 = $(1.3)_{3}$, $(3.1)_{3}$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_{2}$, $(3.2)_{2}$

Peirce-Zahl (tdP) = 3 = $(3.3)_{2,3}$

2. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der ttP:

Peirce-Zahl (ttP) = .1 = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_{1}$, $(2.1)_{1}$

Peirce-Zahl (ttP) = .2 = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (ttP) = .3 =

1/3, 3/1 = $(1.3)_{3}$, $(3.1)_{3}$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_{2}$, $(3.2)_{2}$

Peirce-Zahl (ttP) = .3 = $(3.3)_{2,3}$

3. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der dgP:

Peirce-Zahl (dgP) = .1. = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_1$, $(2.1)_1$

Peirce-Zahl (dgP) = .2. = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (dgP) = .3. =

1/3, 3/1 = $(1.3)_3$, $(3.1)_3$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_2$, $(3.2)_2$

Peirce-Zahl (dgP) = .3. = $(3.3)_{2,3}$

Geht man von der semiotischen 3×3 Matrix aus, so kann man die semiotischen Mediationszahlen wie folgt rot in eine „Kontexturenmatrix" eintragen:

1,3	1	3
1	1,2	2
3	2	2,3

Wie man also erkennt, spielt der Weg der Vermittlung bei den Peirce-Zahlen ℙ (tdP, ttP, dgP) keine Rolle. Wir haben damit

$\mathbb{P}$ (1) → 1 → $\mathbb{P}$ (2):

$$\begin{tikzcd}
1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[d] & 3 \\
1 \arrow[r] & 1,2 & 2 \\
3 & 2 & 2,3
\end{tikzcd}$$

$\mathbb{P}$ (1) → 1 → $\mathbb{P}$ (3):

$$\begin{tikzcd}
1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[r] & 3 \arrow[d] \\
1 \arrow[d] & 1,2 & 2 \arrow[d] \\
3 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 2,3
\end{tikzcd}$$

$\mathbb{P}$ (2) → 2 → $\mathbb{P}$ (3):

$$\begin{tikzcd}
1,3 & 1 & 3 \\
1 & 1,2 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[d] \\
3 & 2 \arrow[r] & 2,3
\end{tikzcd}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Köln 1981

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kierkegaard, Søren, Der Begriff Angst. Frankfurt am Main 1984

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. 2 Bde. München 2010 (= Bd. 6, 7 der Ges. sem. Schriften)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die Semiotik als Theorie

1. In ihrem Aufsatz „Ist die Semiotik überhaupt eine Wissenschaft?" (1991) hat E. Walther die zur Beantwortung dieser Frage wichtige Teilfrage, ob die Semiotik überhaupt eine Theorie darstelle, ausgelassen. Diese Frage lässt sich mindestens mit Hilfe der Modelltheorie (deren Verwendung für die Semiotik Bense 1986, S. 129, explizit angeregt worden war) eindeutig beantworten.

2. **Definition:** Eine Menge S von Ausdrücken heisst ein Theorie gdw $Cn(T) = T$, d.h. wenn der auf T angewendete Hüllenoperator gerade die Menge dieser Ausdrücke erzeugt.

Satz: Ist eine Sprache Λ gegeben, dann gilt für beliebige Σ, Σ_1, Σ_2:

(1) $\Sigma \subset Cn_\Lambda (\Sigma)$ (Extensivität)

(2) Wenn $\Sigma_1 \subset \Sigma_2$, so $Cn_\Lambda (\Sigma_1) \subset Cn_\Lambda (\Sigma_2)$ (Monotonie)

(3) $Cn_\Lambda (Cn_\Lambda(\Sigma)) \subset Cn_\Lambda(\Sigma)$ (Abgeschlossenheit von Cn_Λ)

Wie man leicht zeigen kann (vgl. z.B. Schwabhäuser 1970, Bd. 1, S. 43 f.), ist eine Menge S von Ausdrücken also eine Theorie gdw sie widerspruchsfrei ist, was gleichbedeutend damit ist, dass S ein Modell besitzt.

Noch einfacher kann man eine Theorie modelltheoretisch dadurch definieren, dass man von der Erfüllungsrelation Erf ausgeht (z.B. Ebbinghaus et al. 1996, S. 187):

Definition: $S \subset \Lambda_0^T$ [die Menge aller Sätze der Sprache Λ, A.T.] heisst eine Theorie, wenn S erfüllbar ist und wenn jeder T-Satz, der aus S folgt, bereits zu S gehört.

3. Wie man weiss, besteht die semiotische Sprache Λ aus den monadischen Relationen $S_1 = \{.1., .2., .3.\}$, den dyadischen Relationen $S_2 = \{1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$ und den triadischen Relationen, wobei die 10 Peirceschen Zeichenklassen eine Teilmenge der 27 kombinatorisch möglichen triadischen Zeichenrelationen sind. Hieraus schliessen wir aber sofort:

Satz: Die Semiotik ist nur dann eine Theorie, wenn alle $3^3 = 27$ Zeichenrelationen erfüllbar sind.

Beweis: Andernfalls erzeugt der Hüllenoperator Cn neben den 10 Peirceschen Zeichenklassen 17 weitere produziert, die nicht zur Menge der Sätze von S gehören. ■

Skurrilerweise wäre sonst die kleine semiotische Matrix – obwohl sie doch Erzeugendenmatrix aller semiotischen Terme ist, selbst kein Teil der Theorie, denn sie enthält mit der Hauptdiagonalen eine ZR (3.3 2.2 1.1), die nicht Teil der 10 Peirceschen Zeichenklassen ist!

4. Ferner ist, wie man ebenfalls leicht zeigen kann, die Semiotik nur dann eine Theorie, wenn das Null-Zeichen $\varnothing \subset S$ ist. Dies resultiert aus mindestens zwei Tatsachen.

4.1. Zu jeder Menge kann bekanntlich die Potenzmenge gebildet werden. Ferner ist die leere Menge Teilmenge jeder Menge, somit muss sie es auch von S sein:

$\wp(S) = \{ \varnothing, 1, 2, 3, (1.2), (1.3), (2.3), (1.2.3.)\}$

4.2. Bekanntlich hat Bense (1979, S. 53) die Peircesche Zeichenrelation als verschachtelte Relation aus einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation eigneführt, so zwar, dass die monadische in der dyadischen und beide in der triadischen Relation inkludiert sind:

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

Dieser Ausdruck ist aber dem folgenden mengentheoretischen äquivalent:

$ZR = ZR = \{\{M\}, \{\{M, O\}, \{M, O, I\}\}\}$.

Danach enthält sich aber das Zeichen qua {M, O, I} selbst, woraus folgt, dass in einer Mengenlehre, die eine dergestalt definierte ZR definieren kann, das Fundierungsaxiom von Zermelo-Fraenkel ausgeschlossen ist. In einer solchen Mengenlehre gilt daher, dass die Vereinigung einer Menge mit ihrem Element gleich der leeren Menge ist, also

$M \cup \{M\} = O \cup \{O\} = I \cup \{I\} = \{M, O\} \cup \{\{M, O\}\} = \{O, I\} \cup \{\{O, I\}\} =$

$\{M, I\} \cup \{\{M, I\}\} = \{M, O, I\} \cup \{\{M, O, I\}\} = \varnothing$.

Die Definition von ZR als verschachtelte „Relation über Relationen“ verlangt also automatisch ebenfalls $\emptyset \subset S$.

Erfüllt man also die Bedingungen 4.1. und 4.2. (die in der Stuttgarter Schule i.e.S. leider nicht einmal je erwähnt wurden), dann gilt: Die Semiotik ist eine Theorie im Sinne der Modelltheorie.

Literatur

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Einführung in die mathematische Logik. 4. Aufl. Heidelberg 1996

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie I. Mannheim 1970

Walther, Elisabeth, Ist die Semiotik überhaupt eine Wissenschaft? In: Semiosis 61/62, 1991, S. 5-13

Punktierte, gerichtete und invertierte Objekte

1. Semiotische Objekte (die Peirceschen „Universalkategorien“ Erstheit, Zweitheit, Drittheit) können als punktierte Objekte eingeführt werden (Lawvere 1997, S. 2):

$1 \rightarrow_0 T$

$2 \rightarrow_0 T$

$3 \rightarrow_0 T$

Dies ist eine Formalisierung der von Fichte rein metaphysisch eingeführten „thetischen Setzung“.

2. Spuren, Keime und Kategorien. Wir setzen:

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow)$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow)$

Eine Spur ist damit eine Kategorie ohne Urbildbereich, ein Keim ist eine Kategorie ohne Bildbereich. Damit ist eine Kategorie aus einem Spuren- und einem Keimteil zusammengesetzt. Formal kann man die Enstehung von Spuren aus der kartesischen Multiplikation von Triaden und präsemiotischen Trichotomien erklären:

$1. \times 0.1 = 1_1$	$2. \times 0.1 = 2_1$	$3. \times 0.1 = 3_1$
$2. \times 0.2 = 1_2$	$2. \times 0.2 = 2_2$	$3. \times 0.2 = 3_2$
$3. \times 0.3 = 1_3$	$2. \times 0.3 = 2_3$	$3. \times 0.3 = 3_3$

Dagegen entstehen Keime aus der kartesischen Multiplikation von Trichotomien und präsemiotischen Trichotomien:

$.1 \times 0.1 = {}_1 1$	$.2 \times 0.1 = {}_2 1$	$.3 \times 0.1 = {}_3 1$
$.2 \times 0.2 = {}_1 2$	$.2 \times 0.2 = {}_2 2$	$.3 \times 0.2 = {}_3 2$
$.3 \times 0.3 = {}_1 3$	$.2 \times 0.3 = {}_2 3$	$.3 \times 0.3 = {}_3 3$

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

Cat = $(x_{\to}$ ◫◫ $_{y}\to) = (x \to y)$, $x \in X$, $y \in Y$.

Im einzelnen haben wir:

$(1.1) = \mathrm{id}1 \quad \to \quad 1_{\to 1}$

$(1.2) = \alpha \quad \to \quad 1_{\to 2}$

$(1.3) = \beta\alpha \quad \to \quad 1_{\to 3}$

$(2.1) = \alpha° \quad \to \quad 2_{\to 1} = 1_{\leftarrow 2}$

$(2.2) = \mathrm{id}2 \quad \to \quad 2_{\to 2}$

$(2.3) = \beta \quad \to \quad 2_{\to 3}$

$(3.1) = \alpha°\beta° \quad \to \quad 3_{\to 1} = 1_{\leftarrow 3}$

$(3.2) = \beta° \quad \to \quad 3_{\to 2} = 2_{\leftarrow 3}$

$(3.3) = \mathrm{id}3 \quad \to \quad 3_{\to 3}$

Mit Hilfe dieser Entsprechungen können wir sog. Spurenmatrizen aufstellen:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_{\to 1} & 1_{\to 1} & 1_{\to 2} & 1_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\to 2} & 2_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 3} & 1_{\to 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\to 3} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1_{\to \varnothing} & 2_{\to \varnothing} & 3_{\to \varnothing} \\ 1_{\to 1} & 2_{\to 1} & 3_{\to 1} \\ 1_{\to 2} & 2_{\to 2} & 3_{\to 2} \\ 1_{\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{pmatrix}$$

3. Nullzeichen (Nullspuren, Nullkeime). Bisher können wir Zeichenklassen mit folgenden Objekten bilden:

1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c)
2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3)
3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$
4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$
5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, $(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw.
6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a})$, $(1_{\rightarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$, usw.
7. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\rightarrow a_3\ \rightarrow b_2\ \rightarrow c_1)$
8. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\rightarrow c_1\ \rightarrow b_2\ \rightarrow a_3)$
9. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (\leftarrow a_3\ \leftarrow b_2\ \leftarrow c_1)$, $(\leftarrow a_3\ \rightarrow b_2\ \leftarrow c_1)$, usw.
10. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form

   $Rth_{Sp} = (\leftarrow c_1\ \leftarrow b_2\ \leftarrow a_3)$, $(\rightarrow c_1\ \leftarrow b_2\ \rightarrow a_3)$, usw.

Nullzeichen wurden einerseits in Zeichenklassen, d.h. in undualisierter Form als $\varnothing_{\rightarrow 1}$, $\varnothing_{\rightarrow 2}$, $\varnothing_{\rightarrow 3}$, anderseits in Realitätsthematiken, d.h. in dualisierter Form als $1_{\rightarrow\varnothing}$, $2_{\rightarrow\varnothing}$, $3_{\rightarrow\varnothing}$ eingeführt. Allerdings sind die Nullzeichen im letzteren Fall selber nicht indiziert, d.h. haben keine eigene Codomäne. Wenn man dem abhilft, d.h. $1_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 1}$, $2_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 2}$, $3_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 3}$ einführt, bekommt man sog. Bi-Spuren. Entsprechend kann man dann Bi-Spuren für sämtliche Spuren (1. bis 10.) verallgemeinern.

Wir wollen nun Nullzeichen analog zu den Nicht-Null-Spuren einführen.

1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c ∅.d),

   wobei hier zwischen partiellen und vollständigen zu unterscheiden ist:

   (3.a 2.b ∅.c ∅.d), (3.a ∅.b ∅.c ∅.d), (∅.a ∅.b ∅.c ∅.d), und gemischte.

2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3), d.h.

   (d.∅ c.1 b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.∅),

   und gemischte, sowie mit/ohne Indizierung des Nullzeichens (vgl. 3.).

3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\to\varnothing}\ 2_{\to\varnothing}\ 1_{\to\varnothing})$, wobei hier die Nullzeichen indiziert oder nichtindiziert sein können (vgl. 3.). Ferner

   $(\varnothing_{\to I}\ \varnothing_{\to O}\ \varnothing_{\to M})$, sowie Kombinationen.

4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\to c}\ 2_{\to b}\ 3_{\to a})$. $(\varnothing_{\to c}\ \varnothing_{\to b}\ \varnothing_{\to a})$ oder $(1_{\to\varnothing}\ 2_{\to\varnothing}\ 3_{\to\varnothing})$, usw.

5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, $(3_{\leftarrow a}\ 2_{\to b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a})$, $(1_{\to c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\to a})$, usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

7. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\to\varnothing_3 \to\varnothing_2 \to\varnothing_1)$

8. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\to\varnothing_1 \to\varnothing_2 \to\varnothing_3)$

9. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (\leftarrow\varnothing_3 \leftarrow\varnothing_2 \leftarrow\varnothing_1)$, $(\leftarrow\varnothing_3 \to\varnothing_2 \leftarrow\varnothing_1)$, usw.

10. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form

   $Rth_{Sp} = (\leftarrow\varnothing_1 \leftarrow\varnothing_2 \leftarrow\varnothing_3)$, $(\to\varnothing_1 \leftarrow\varnothing_2 \to\varnothing_3)$, usw.

Zu 4.7.-4.10. stellt sich die generelle Frage nach der Indizierung von ∅ in Ausdrücken wie $(\to\varnothing_3 \to\varnothing_2 \to\varnothing_1)$ oder $(\to\varnothing_1 \to\varnothing_2 \to\varnothing_3)$, wo die folgenden Ausdrücke wegen den definitorisch fehlenden Domänen semiotisch äquivalent sind: $(\varnothing_{\to\varnothing 3}, \varnothing_{\to\varnothing 2}, \varnothing_{\to\varnothing 1})$, usw. Wenn man hier die Domänen indiziert, erhält man wiederum Bi-Spuren (vgl. 3.), hier allerdings von den Domänen und nicht von den Codomänen her, womit beide möglichen Fälle behandelt sind.

Spuren-Zeichenobjekte neben Spuren-Objektzeichen

$ZO_{Sp} = (\to a_{<M, \mathcal{M}>}, \to b_{<O, \Omega>}, \to c_{<I, \mathcal{I}>})$

$OZ_{sp} = (\rightarrow a_{<\mathcal{M}, M>}, \rightarrow b_{<\Omega, O>}, \rightarrow c_{<\mathcal{I}, I>})$

Objekt-Spuren neben Spuren-Objekten

$OR_{sp} = (\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{I})$

$Sp_{OR} = (_{\rightarrow a}, _{\rightarrow b}, _{\rightarrow c}) \equiv (\rightarrow a_{\mathcal{M}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{I}})$.

4. In einer 2-dimensionalen Semiotik wie derjenigen von Peirce gibt es nur 2 Typen von Primzeichen:

- die triadischen, welche nach rechts binden: a.

- die trichotomischen, welche nach links binden: .a

Diese können zu folgenden 4 Verbindungen kombiniert werden:

- a.a. - a..a

- .a.a - .aa.,

wobei also der Fall a..a = a.a, die sog. kartesische Multiplikation, nur einen Sonderfall unter mehreren einnimmt.

2. Gehen wie jedoch von einer 3-dimensionalen Semiotik aus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), so finden wir die folgenden 6 Typen von Primzeichen:

- horizontal triadische: a.

- horizontal trichotomische: .a

- vertikal triadische: ȧ

-vertikal trichotomische: ạ

- hinten/vorne triadische: à

-hinten/vorne trichotomische: á.

Diese lassen sich zu 21 Kombinationen dimensionaler semiotischer Objekte verbinden, die in folgender Tabelle zusammengefasst sind:

a.a.

a..a .a.a

a.ȧ .aȧ ȧ ȧ

a.ạ .aạ ȧạ ạạ

a.à .aà ȧà ạà àà

a. á .aá ȧá ạá àá áá

Seien nun

$\underline{S}$: 3. → 2. → 1.

$\underline{S}^0$: .3 ← .2 ← .1.

Während S ausschliesslich kovariante Morphismen hat, hat $\underline{S}^0$ ausschliesslich kontravariante. Man kann sich also zunächst zwei „gemischte“ Kategorien vorstellen:

$\underline{S}^?$: .3 ← .2 → .1

$\underline{S}^{??}$: .3 → .2 ← .1

Da in der Semiotik die Basisrelation n-adischer Relationen für n ≥3 die Dyaden sind (n = 2), müssen wir jedoch auch mit invertierbaren Objekten rechnen. Diese ergeben sich zwangslos in der Semiotik dadurch, dass das Subzeichen zugleich statisch und dynamisch („Semiose“) konzipiert ist:

(3.↔1.) →(2.↔2.) → (1.↔3.)

(3.↔1.) → (2.↔2.) ←(1.↔3.)

(3.↔1.) ← (2.↔2.) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2. →←.2) →(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2. →←.2) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2.↔.2) →(1.↔.3)

(3.→←.1) →(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1) ←(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) →(1.→←.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1) →(2.↔.2) →(1.→←3.)

(3.↔.1)→ (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1)← (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1) →(2.→←.2) →(1.→←.3)

(3.↔.1)→ (2.→←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1)← (2.→←.2) ←(1.→←.3)

Gehen wir wie oben von räumlicher anstatt von nlinearer Semiotik, aus und setzen als Platzhalter für die Position eines der 6 möglichen Primzeichen ☖, so bekommen wir das folgende allgemeine Schema eines Subzeichens:

☖ ☖

☖3 ☖ ☖☖

☖ ☖

Damit ergeben sich also pro Dyade 8^2 = 64 Kombinationen und pro Triade 64^3 = 262´144 Kombinationen semiotischer Objekte.

Literatur

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Von Objekten zu Pfeilen und von Pfeilen zu Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Spuren und Keime. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotik, 2010a

Toth, Alfred, Zur Einführung der Kategorien in die Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Semiotik als Primär- oder Sekundärmathematik?

1. In seinem letzten semiotischen Buch (Bense 1992, S. 28 ff.) hatte Max Bense auf die von Neumannsche Scheidung zwischen Primär- und Sekundärmathematik (von Neumann 1958) hingewiesen und dabei die Semiotik als eine Metamathematik der Primärmathematik bezeichnet:

> Wenn es nun einleuchtend sein soll, daß es überhaupt eine monosystematische, tiefstliegende, operationelle Verarbeitungstechnik material und kategorial differenzierbarer Elemente und Momente als besondere, relational-strukturierte **Funktions-Schicht** und als **Prozeß-Verband** gibt, deren Wirkung bis ins **Bewußtsein** hineinreicht, dann wird es annehmbar sein, wenn man das gesamte relationale Repräsentationssystem der **universalen**, **kategorialen** und **fundamentalen** Zeichenbegriffe berücksichtigt, die Ch. S. Peirce einführte und die zu einer Theorie vervollständigt wurden, als metamathematische **Primärmathematik** aufzufassen.

2. Dagegen waren wir in Toth (2011) zum Schluss gekommen, dass Zahlen präsemiotische Phänomene sind. Da bei ihnen der Übergang zur vollständigen Zeichenrelation **noch nicht** stattgefunden hat, sind sie auf **Quantitäten als der phylogenetischen Vorstufe von Qualitäten** beschränkt. Nach dieser Auffassung wäre Quantität also nicht einfach, wie Hegel sagte, eine Form der Qualität, sondern eine ältere Entwicklungsstufe vor der Ausbildung der Qualität. Man beachte, dass bei Günther Qualitäten als nichts anderes als stellenwertige und distribuierte Quantitäten eingeführt werden, denn das polykontexturale Universum setzt sich aus unendlich vielen monokontexturalen Teiluniversen zusammen! Falls dies also korrekt ist, müsste Qualität nicht primär, sondern sekundär sein, und zwar genauso wie in der Geschichte der Mathematik, wo die Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen erst am lange nach der Entdeckung der Körper und Schiefkörper der quantitativen Zahlen eingeführt wurden.

3. Zahlen sind, wie bei Menninger (1958, S. 18) heisst, von den Dingen unabhängig. Wir suchen also nach einem semiotischen Objektbezug, in dem

nicht nur der „lien“, d.h. die Abbildung, zwischen Zeichen und Objekt, sondern das (bezeichnende) Zeichen selbst arbiträr ist. Und zwar sollen diese Zeichen selbst, wie es ebenfalls bei Menninger heisst, leer sein. D.h. wir sind inhaltlich gezwungen, ein Nullzeichen in die Peircesche Semiotik einzuführen. Dieses ist selbstverständlich arbiträr, da 0 a priori kein Objekt iconisch abbbildet oder auf eines indexikalisch verweist. Es ist ferner völlig unabhängig von einem Objekt und daher prinzipiell auf sämtliche Objekte abbildbar.

Formal gesehen entsteht das Nullzeichen bereits dann, wenn man aus der Menge der Primzeichen, die Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführt hat, die Potenzmenge bildet:

$\wp(1, 2, 3) = ((1), (2), (3), (1, 2), (1, 3), (2, 3), (1, 2, 3), \emptyset)$.

Ferner hat man für die Umwandlung geordneter Mengen, z.B. der Subzeichen, in ungeordnete mindestens die folgenden drei auf Wiener und Kuratowski zurückgehenden Definitionen zur Verfügung:

$(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$

$(a, b) = \{\{b\}, \{a, b\}\}$

$(a, b) = \{\{a, 0\}, \{b, 1\}\}$,

wobei im letzteren Falle $1 = \{1, 2, 3\}$ und $0 = \emptyset$ gesetzt werden kann.

Nun kann man natürlich nicht einfach $ZR^* = ZR \cup \emptyset$ setzen, denn das Nullzeichen muss in die STRUKTUR der Zeichenelation selbst eingebettet werden. Nach einem Vorschlag von Toth (2007) geschieht dies folgendermassen:

$ZR^* = (3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d)$

wobei (0.) nichts anderes als die von Bense in die Semiotik eingeführte Nullheit ist, welche eine Ebene unterhalb der Semiotik, d.h. den „ontologischen Raum“, wie Bense sagt, charakterisiert. Damit gilt aber

$(0.) \approx O° \approx \Omega$,

d.h. die Nullheit korrespondiedert dem 0-relationalen Objekt (d.h. das Objekt hat die Relationszahl $r = 0$, vgl. Bense 1975, S. 65) und beide dem bezeichneten (externen) Objekt. Durch die Semiose wird letzteres zum bezeichnenden (inneren) Objekt: $\Omega \rightarrow O$.

4. Damit ist aber das Objekt, das gezählt werden soll, ebenfalls in eine präsemiotische Relation, nämlich ZR*, eingebettet, obwohl sie als 0-stellige Relation mit der Peirceschen Zeichenrelation nicht relational verbunden ist. Inhaltlich bedeutet das, dass die von Götz (1982, S. 4, 28) aufgestellten präsemiotischen Kategorien Sekanz (0.1), Semanz (0.2) und Selektanz (0.3) für eine präsemiotische Klassifizierung beim Wahrnehmungsakt eines Objektes quasi automatisch benutzt werden – noch bevor es (u.U.) durch den anschliessenden Apperzeptionsakt zum Zeichen metaobjektiviert wird (Bense 1967, S. 9). Das bedeutet also, dass wir bereits bei der Perzeption eines Objektes, nämlich dadurch, dass wir es als zuvor Unterschiedenes überhaupt wahrnehmen – und damit zählen - können, diese Unterscheidung mit Hilfe von Sekanz, Semanz und Selektanz vornehmen: „der Sekanz als einer diaphragmatischen Bedingung, die allererst als solche bezeichnet werden werden muss, um semiotische Vermittlung zu ermöglichen – Ungeschiedenes ist nicht repräsentabel -, der Semanz als der Bedingung, Form als Form beschreibbar zu lassen, und endlich der Selektanz als Bedingung nachträglicher Nutzung, wenn diese als selektiver Vorgang aufgefasst ist, oder allgemein: als Umgang mit dem Objekt“ (Götz 1982, S. 4).

5. Das demzufolge präsemiotisch unterschiedene und daher zählbare Objekt kann nun, wie ebenfalls aus der Theorie der Präsemiotik (vgl. Toth 2007) hervorgeht, bereits 3fach mit Hilfe der drei präsemiotischen Trichotomien hinsichtlich seines Zahlencharakters unterschieden werden: Man kann nämlich problemlos die drei von Bense (1981, S. 26) unterschiedenen Zahlenarten den drei präsemiotischen Trichotomien zuordnen:

(0.1) $\leftarrow$ Kardinalzahl, d.h. Repräsentation als Mächtigkeit

(0.2) $\leftarrow$ Ordinalzahl, d.h. Repräsentation als Nachfolge

(0.3) $\leftarrow$ Relationalzahl, d.h. Repräsentation als Konnex

Wenn also Menninger darauf hinweist, dass wir nur das, was unterscheidbar ist, zählen können (1958, S. 17), dann betrifft diese Feststellung die Zahl als

Anzahl, d.h. (0.1). Wenn er ferner darauf hinweist, dass „unsere Zählreihe das Gesetz des unendlichen Fortgangs verkörpert“ (1958, S. 18), dann hebt er auf die Zahl als Ordnungszahl, d.h. (0.2) ab. Diese Dichotomie ist jedoch unvollstndig, denn sobald man über die Peano-Zahlen hinausgeht, ist es erforderlich, zwischen endlichen und unendlichen, abzählbaren, oder nicht-abzählbaren sowie überabzählbaren und zwischen assoziativen und kommutativen oder nur kommutativen und nur assoziativen (oder gar nur alternativen) Zahlenfolgen, die einen Körper oder Schiefkörper und damit verschiedene Konnexe bilden, zu unterscheiden.

Der zu ziehende Schluss ist also klar: Indem der semiotische Zeichenbegriff, der ja mit Qualitäten UND Quantitäten operiert, jünger ist und insofern eine Sekundärmathematik repräsentiert, ist der präsemiotische Zahlbegriff, der auf reine Quantität fixiert ist, älter und betrifft als solcher im Sinne der von Neumannschen Klassifikation eine Primärmathematik.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Menninger, Karl, Zahlwort und Ziffer. Göttingen 1958

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zahl und Nullzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

von Neumann, John, The Computer and the Brain. Yale U.P. 1958

Zur semiotischen Struktur von Syllogismen

1. In der Darstellung von Menne (1991, S. 115 ff.) versteht man unter einem Syllogismus ein logisches Gesetz der Form

$M\ \omega_1\ P \wedge S\ \omega_2\ M \rightarrow S\ \omega_3\ P.$

Setzen wir z.B.

$\omega := \subset$

$S := M$

$M := O$

$P := I,$

dann haben wir mit

$(O \subset I) \wedge (M \subset O) \rightarrow (M \subset I)$

eine mengentheoretische Definition der triadischen Zeichenrelation gefunden, die seit Bense (1979, S. 53) üblicherweise in der Form

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)))$

notiert wird. Genauso wie die logischen Symbole M, P, S Klassen sind, können bekanntlich auch die semiotischen Symbole M, O, I als Klassen aufgefasst werden (vgl. Toth 2006, S. 14 ff.). Verwendet man die von Menne eingeführte mathematische Syllogistik (Menne 1991, S. 135 ff.), so können sogar Null- und Allklassen erscheinen. Für die Semiotik bedeutet dies, daß auch das von mir eingeführte (oder besser: entdeckte) Nullzeichen (Toth 2009) behandelt werden kann. (Da die Semiotik mengentheoretisch eingeführt werden kann, ergibt sich die leere Menge automatisch aus der Potenzmenge.)

2. In der Syllogistik geht es jedoch nicht nur um Klassen, sondern darum, ob die in sie involvierten Urteile universell oder partikulär, ferner positiv oder negativ sind (vgl. Menne 1991, S. 117). Obwohl es an dieser Stelle natürlich nicht darum handeln kann, die Grundlagen einer semiotischen Quantifikationstheorie zu legen, soll im folgenden ein Vorschlag gemacht werden, wie man die erwähnten

vier Urteilstypen (logische Kennwörter: "affirmo" und "nego") behandeln könnte.

2.1. Bekanntlich besteht die Hauptfunktion des semiotischen Interpretantenbezuges in der Kontextbildung, d.h. der Etablierung eines Sinnzusammenhangs über der dyadischen Bezeichnungsfunktion des Zeichens (vgl. Walther 1979, S. 73 ff.). Dieser Sinnzusammenhang, der auch angibt, ob ein Urteil weder wahr noch falsch ist (Rhema), ob es wahr oder falsch, d.h. beurteilbar ist (Dicent), oder ob es "immer wahr", d.h. logisch wahr ist (Argument), setzt nun natürlich eine Gemeinschaft von Interpreten zu, für die das Zeichen überhaupt ein Zeichen ist. Eine nicht dergestalt interpretierte Bezeichnung ist bestenfalls ein Privatzeichen, gehört also linguistisch einem Idio- oder Soziolekt an, nicht jedoch einem Dialekt, der die Konventionalisierung dieses Zeichens voraussetzt. Diese Konventionalisierung fungiert aber in der Peirce-Bense-Semiotik drittheitlich (Legizeichen und Symbol qua (1.3) × (3.1) und (2.3) × (3.2)), setzt also die Existenz des drittheitlichen Interpretantenbezugs voraus. Somit sei vorgeschlagen, partikuläre Urteile durch die dyadische Submatrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & 2.2, \end{pmatrix}$$

universelle Urteile jedoch durch die vollständige triadische Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

semiotisch zu repräsentieren.

2.2. Was nun die Unterscheidung positiver und negativer Urteile betrifft, so sollte man bedenken, daß es in der Semiotik zwei Haupttypen der Inversion gibt. 1. die semiotische Konversion

$(3.a\ 2.b\ 1.c)° = (1.c\ 2.b\ 3.a)$,

welche also nur die Dyaden invertiert, sowie die semiotische Dualisation

$\times(3.a\ 2.b\ 1.c) = (c.1\ b.2\ a.3)$, welche also zusätzlich zu den Dyaden auch die Monaden invertiert. Während die Dualisation aus Zeichenthematiken Realitätsthematiken et vice versa bildet, bildet die Konversion Retrosemiosen aus Semiosen et vice versa. Somit sei vorgeschlagen, die semiotische Konversion als semiotisches "Äquivalent" der logischen Negation einzuführen.

Damit kann man also

1. positive partikuläre Urteile durch die Repräsentationssysteme

(1.1 → 1.2), (1.1 → 2.1), (1.1 → 2.2)

(1.2 → 2.1), (1.2 → 2.2)

(2.1 → 2.2),

2. negative partikuläre Urteile durch

(1.1 ← 1.2), (1.1 ← 2.1), (1.1 ← 2.2)

(1.2 ← 2.1), (1.2 ← 2.2)

(2.1 ← 2.2);

3. positive universelle Urteile zusätzlich durch die Repräsentationssysteme

(1.1) → (1.3), (1.1) → (2.3), (1.1) → (3.1), (1.1) → (3.2), (1.1) → (3.3)

(1.2) → (1.3), (1.2) → (2.3), (1.2) → (3.1), (1.2) → (3.2), (1.2) → (3.3)

(1.3) → (2.3), (1.3) → (3.1), (1.3) → (3.2), (1.3) → (3.3)

(2.1) → (2.3), (2.1) → (3.1), (2.1) → (3.2), (2.1) → (3.3)

(2.2) → (2.3), (2.2) → (3.1), (2.2) → (3.2), (2.2) → (3.3)

(2.3) → (3.1), (2.3) → (3.2), (2.3) → (3.3)

(3.1) → (3.2), (3.1) → (3.3)

(3.2) → (3.3),

4. negative universelle Urteile zusätzlich durch

(1.1) ← (1.3), (1.1) ← (2.3), (1.1) ← (3.1), (1.1) ← (3.2), (1.1) ← (3.3)

$(1.2) \leftarrow (1.3)$, $(1.2) \leftarrow (2.3)$, $(1.2) \leftarrow (3.1)$, $(1.2) \leftarrow (3.2)$, $(1.2) \leftarrow (3.3)$

$(1.3) \leftarrow (2.3)$, $(1.3) \leftarrow (3.1)$, $(1.3) \leftarrow (3.2)$, $(1.3) \leftarrow (3.3)$

$(2.1) \leftarrow (2.3)$, $(2.1) \leftarrow (3.1)$, $(2.1) \leftarrow (3.2)$, $(2.1) \leftarrow (3.3)$

$(2.2) \leftarrow (2.3)$, $(2.2) \leftarrow (3.1)$, $(2.2) \leftarrow (3.2)$, $(2.2) \leftarrow (3.3)$

$(2.3) \leftarrow (3.1)$, $(2.3) \leftarrow (3.2)$, $(2.3) \leftarrow (3.3)$

$(3.1) \leftarrow (3.2)$, $(3.1) \leftarrow (3.3)$

$(3.2) \leftarrow (3.3)$

semiotisch repräsentieren.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Fälle der Referenz von Nummern

1. Dieser Beitrag setzt die allgemeinen Erörterungen zu den referentiellen Verhältnissen von Zeichenzahlen fort (vgl. Toth 2012a). Neben Haus-, Auto- und Bus-Nummern (Toth 2012b) sowie solche, die bei Kleidergrößern Verwendung finden (Toth 2012c), seien hier kurz einige systemtheoretisch-semiotische Charakteristik von Straßen- und Parzellennummern beigebracht.

2. Ein Blick auf den Ausschnitt der New Yorker Straßennumerierungen

zeigt, daß hier die in Toth (2012a) für Nummern neben der kardinalen herausgestrichene ordinale Funktion höchstens historisch gegeben ist, da die ordinale Zählung fast gänzlich durchbrochen ist. So kreuzen sich z.B. die 1., 5. und 9. Straße mit der 14. Straße, aber die 4.-7. Straßen fehlen. Zwar sind die 1., 2. und 3. Straße parellele Nachbarstraßen, aber die 7. und 8. Straße sind es nicht, usw. Semiotisch sind diese Verstöße gegen den arithmetischen Aspekt einer Zeichenzahl jedoch nicht so gravierend, da sie quasi vom semiotischen Aspekt aufgewogen werden, und dieser besteht bei Straßennamen darin, daß sie sich als System von Zeichenzahlen – und eben nicht von reinen Zahlen – auf ein SYSTEM VON REFERENZEN stützen, welche das kartographische System der Stadt New York (bzw. ihres oben wiedergegebenen Ausschnitts) selber ist. Praktisch bedeutet das also, daß die Numerierung obsolet (geworden) ist, denn wie die zwischen den numerierten Straßen aufscheinenden benamsten Straßen zeigen, könnte man gerade so gut auf die Nummern ganz verzichten und die numerierten Straßen ebenfalls mit Namen benennen. In diesem Fall von Straßennumerierung verdanken die Nummern ihre Funktion also nur der Tatsache, daß sie, anders als die Haus-, Auto- und Busnummern, als Referenz nicht ein Objekt, sondern ein System von Objekten haben. Würde man dieses bei den anderen Typem Nummern anwenden, könnte man ohne zusätzliche Angaben (welche wiederum die Nummern obsolet werden ließen) weder ein Haus finden, noch einen Autohalter eruieren, noch herausfinden, welche Strecke ein bestimmter Bus befährt.

3. Obwohl die Zürcher Degenriedstraße zwischen der Kurhausstraße und dem Breitweg viele hundert Meter lang ist, gibt es dort nur eine einzige Hausnummer, nämlich die Nr. 135, das Restaurant Degenried, das übrigens wohl das Vorbild für das Wirtshaus in Panizzas Zürcher Erzählung "Vrenelis Gärtli" ist. Daß die Degenriedstraße keine weiteren Häuser hat, erstaunt zwar nicht, denn sie verläuft fast völlig durch den Adlisbergwald, aber es erstaunt, daß das Restaurant die Nr. 135 trägt, denn dies scheint unseren Erörterungen zu den arithmetisch-semiotischen Zahlzeichen, als welche Nummern in Toth (2012b) bestimmt worden waren, zu widersprechen. Allerdings ist es eben so, daß hier – und in sehr vielen weiteren Fällen – für die Nummern von Häusern nicht nur die vorherigen Häuser derselben Straße gezählt werden, sondern allgemein die Parzellen oder "Flurstücke". Semiotisch bedeutet dies aber, daß wir neben z.B. den Haus-, Auto- und Bus-Nrn., bei denen einfache Objektsreferenz vorliegt und den oben behandelten Straßennummern, bei denen systematische Objektreferenz vorliegt, nun sogar mit Nullobjekts-Referenz rechnen müssen oder dürfen. Hiermit liegt also in der Geschichte der theoretischen Semiotik zum ersten Mal ein Fall vor, wo ein klares Nullobjekt vorliegt, aber hiermit kommen sich auch die semiotische Objekt- und die semiotische Zeichentheorie wieder ein Stück weit näher, da nämlich die Nullzeichen, welche sich notwendig aus der Potenzmengendarstellung der Benseschen Primzeichen-Menge ergeben, bereits in Toth (2006) behandelt worden waren.

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, An der Grenze von Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Nummern von Kleider- und Schuhgrößen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Initiale, terminale semiotische Objekte und Nullsemiosen

1. Da die Potenzmenge der Menge der Primzeichen P = {1, 2, 3} (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$\wp(P) = \{(1), (2), (3), (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 2, 3), \emptyset\}$

das "Nullzeichen" Ø enthält (vgl. Toth 2006, S. 15), kann dieses natürlich alle drei semiotischen Kategorialzahlen (vgl. Bense 1975, S. 65 f. zum Unterschied von Kategorial- und Relationalzahlen) und wegen der kategorial-relationalen Oszillation von Subzeichen (vgl. Toth 2012) auch die entsprechenden Semiosen, d.h.

$(2) = (1 \rightarrow 2)$

$(3) = (2 \rightarrow 3)$

wie folgt ersetzen

$R_1^3 = (\emptyset \rightarrow ((\emptyset \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_2^3 = (1 \rightarrow (\emptyset \rightarrow (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)))$

$R_3^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow \emptyset))$.

Da das Zeichen ja nach Bense (1979, S. 53) als "verschachtelte Relation über Relationen", d.h. als

$ZR_r^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

definiert ist, werden also bei den Ersetzungen jeweils sämtliche Instanzen der jeweiligen Kategorie bzw. Relation ersetzt.

2. Wie man leicht einsieht, stellt gegenüber $(2) = (1 \rightarrow 2)$ und $(3) = (2 \rightarrow 3)$

$(1) = (1 \rightarrow 1)$

eine konstante oder, wie Bense sagte, "Nullsemiose" dar. Sie inhäriert also der kategorial-relationalen Gleichung $(2) = (1 \rightarrow 2)$, insofern, als (1) das Domänen-Element von (2) ist. Es fragt sich also, wie es um die Codomänen-Elemente bestellt ist. Da man theoretisch auch Relationstypen wie folgenden

$R_4^3 = (\emptyset \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_5^3 = (1 \rightarrow ((\emptyset \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_6^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (\emptyset \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_7^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow \emptyset) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_8^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)))$

konstruieren kann, bei denen also nur Ersetzung eines kategorialen Objektes bzw. eines relationalen Morphismus in der eingebetteten oder in der einbettenden, nicht jedoch in mehr als einer Partialrelation vorgenommen ist, stellt offenbar das Nullzeichen Ø das "inhärente Komplement" (iK) von allen drei Kategorien und Abbildungen dar:

$iK(1) = ik(1 \rightarrow 1) = \emptyset$

$iK(2) = ik(1 \rightarrow 2) = \emptyset$

$iK(3) = ik(2 \rightarrow 3) = \emptyset$,

d.h. das inhärente Komplement "konkurriert" mit den nun als adhärenten zu bezeichnenden "gewöhnlichen" Komplementen:

$K(1) = K(1 \rightarrow 1) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$

$K(2) = K(1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(3) = K(2 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$.

Ferner tritt Ø offenbar sowohl als initiales wie als terminales Objekt der semiosischen Abbildungen auf, d.h. es ist zu unterscheiden zwischen den folgenden Basis-Fällen

$K(1) = K(\emptyset \rightarrow 1) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$

$K(1) = K(1 \rightarrow \emptyset) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$

$K(2) = K(\emptyset \rightarrow 2) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(2) = K(1 \rightarrow \emptyset) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(3) = K(\emptyset \rightarrow 3) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$

$K(3) = K(2 \rightarrow \emptyset) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$.

Beweis: Gemäß Voraussetzung ist Ø iK jeder Kategorie und Relation.

3. Bei semiotischen Kategorien und Relation bzw. Objekten und Morphismen gibt es also zwei Typen von Komplementen: iK und K, ferner tritt das Nullzeichen Ø sowohl als initiales wie als terminales Objekt auf. Daraus folgt nun, daß wegen der Oszilaltion Ø nicht nur den Abbildungen, sondern auch den Objekten inhäriert, und dies ist deswegen möglich, weil es sich hier ja um eine nullheitliche Relation (und somit um ein Objekt) handelt. Wenn Bense (1975, S. 65) also zwischen Kategorialzahl k und Relationalzahl r bei semiotischen Relationen unterschied, dann gilt für das leere Zeichen bzw. die Nullheit r(Ø) = 0, aber für Erst-, Zweit- und Drittheit gilt jeweils r(1) = 1, r(2) = 2, r(3) = 3. Für Ø ist somit k > r, und dies ist nichts anderes als die formale Definition unserer "Inhärenz".

Das bedeutet nun aber, daß wir neben den bereits bekannten Fällen

$(2)^{\rho} = (1 \rightarrow 2)$

$(3)^{\rho} = (2 \rightarrow 3)$

(sowie dem trivialen Fall $(1) \rightarrow (1 \rightarrow 1)$)

auch noch die folgenden Fälle unterscheiden müssen:

$(2)^{\lambda} = (1 \rightarrow 2)$

$(3)^{\lambda} = (2 \rightarrow 3)$,

d.h. also, sämtliche Kategorien und nicht nur die nullheitliche, können sowohl als initiale als auch als terminale Objekte bei semiosischen Morphismen auftreten. Aus dem oben Gesagten folgt also für semiotische Objekte:

$(b)^{\rho} \in \mathrm{COD}(a \rightarrow b)$

$(b)^{\lambda} \in \mathrm{DOM}(a \rightarrow b)$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$.

Der Unterschied beider Beziehungen verdankt sich somit der Tatsache, daß (b) in $(b)^{\rho} \in \mathrm{COD}(a \rightarrow b)$ Relationalzahl und in $(b)^{\lambda} \in \mathrm{DOM}(a \rightarrow b)$ Kategorialzahl ist!

Konkret haben wir also für alle x ∈ {1, 2, 3) zu unterscheiden zwischen x als terminales Objekt (Relationalzahl), als initiales Objekt (Kategorialzahl) und als Morphismus (Semiose), d.h. zwischen $(x)^\lambda$, $(x)^\rho$ und $(y \rightarrow x)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Komplementäre Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Semiotische Objekte als Cokerne

1. Semiotische Objekte, wie sie von Bense ap. Walther (1979, S. 122 f.) eingeführt und von uns in zahlreichen Beiträgen behandelt worden sind, teilt man in Zeichenobjekte einerseits und die Objektzeichen andererseits ein. Bei Zeichenobjekte ist der Zeichenanteil und bei Objektzeichen der Objektanteil dominant. In beiden Fällen sind semiotische Objekte aber "Amalgamationen" von Zeichen und Objekten, d.h. systemisch,

$$\Omega = [A,I]$$

$$Z = \Omega^{-1} = [A, I]^{-1}.$$

2. Wegen dieser formal durch Konversion ausdrückbaren Dichotomie von Objekten und Zeichen kann man, wie bereits in Toth (2012a, b) gezeigt, das durch die beiden möglichen semiotischen Transformationen mit M als Codomäne, d.h. die

a) $(\{\Omega_1, ..., \Omega_n\} \rightarrow I \rightarrow M)$

b) $(I \rightarrow \{\Omega_1, ..., \Omega_n\} \rightarrow M)$

entsprechenden semiotischen Modelle

$$\begin{tikzcd} I \arrow[d] & \Omega \arrow[l] \arrow[dl] \\ M & \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} \Omega \arrow[d] & I \arrow[l] \arrow[dl] \\ M & \end{tikzcd}$$

wie folgt als kategoriale Coprodukte darstellen

$$\begin{tikzcd} I \arrow[r, "\alpha"] \arrow[drr, "\gamma"'] & \Omega_i & \coprod \arrow[d, "\varepsilon"] & \Omega_j & I \arrow[l, "\beta"'] \arrow[dll, "\delta"] \\ & & M & & \end{tikzcd}$$

worin also die Zuordnung $<\gamma, \delta> \mapsto \varepsilon$ mit der Bijektion

$$C(I, M) \times C(I, M) \cong C(\Omega_i \coprod \Omega_j, M)$$

ein semiotisches Modell ist, welches zugleich semiotische als auch ontische Elemente enthält. Genau diese Bijektion ist es, mit der wir nun versuchen, die

"Amalgamation" von Zeichen und Objekten in konkreten Zeichen sowie in semiotischen Objekten kategorial darzustellen, d.h. es handelt sich um eine formale Präzisierung dessen, was Karl Bühler in seiner "Sprachtheorie" als "symphysische Relationen" zwischen Zeichen und Objekten bezeichnete. So ist bei einem Zeichenobjekt der Zeichenanteil eines Wegweisers symphysisch mit dem Objektanteil, denn die Orts-, Richtungs- und Entfernungsangaben bedürfen ja eines Trägers, da sie nicht in der Luft hängen können. Bei einem Objektzeichen wie etwa einer Beinprothese ist der Zeichenanteil, die Form der nach einem realen, d.h. objektalen Bein gestalteten Prothese natürlich ebenfalls mit dem Objektanteil, d.h. dem (geformten) Material, aus dem die Prothese besteht, symphysisch, da die Form der Materie zur Realisation bedarf und eine z.B. nach einem Arm modellierte Beinprothese zwecklos wäre.

Wesentlich ist aber, daß sowohl bei Zeichenobjekten als auch bei Objektzeichen immer mehr als ein Objekt involviert sind, denn die Zeichenträger der Zeichenanteile müssen nicht mit den Objektanteilen und beide wiederum nicht mit den referierten Objekten identisch sein. Z.B. ist im Falle eines Wegweisers der Zeichenanteil der Pfahl oder die Wand, an der der Wegweiser angebracht ist, das referierte Objekt ist jedoch natürlich nicht der Pfahl oder die Wand, sondern z.B. eine entfernte Stadt. Bei der Prothese ist der Zeichenträger mit dem zu substituierenden Objekte (z.B. dem abgetrennten Bein), das hier zusätzlich als Referenzobjekt fungiert, identisch, aber natürlich nicht mit dem realen Bein, nach dem die Prothese modelliert wurde. Wenn wir uns also pace simplicitatis auf Fälle mit zwei involvierten Objekten beschränken, können wir gleich das oben gegebene Coprodukt-Diagramm übernehmen und mit Cokernen versehen (vgl. zur formalen Begründung z.B. Mac Lane 1972, S. 67 f.)

$$\begin{tikzcd}
\Omega_i \arrow[r] & I \arrow[r, "\alpha"] \arrow[dr, "\gamma"'] & O_i \amalg O_j \arrow[d, "\varepsilon"] & I \arrow[l, "\beta"'] \arrow[dl, "\delta"] & \Omega_j \arrow[l] \\
 & & M & &
\end{tikzcd}$$

wobei semiotisch gesehen die Objekte als "Null-Zeichen" aufgefaßt und daher algebraisch als kategoriale Nullobjekte behandelt werden können, d.h. wir haben im obigen Diagramm die externen durch die internen Objekte ersetzt, und die externen Objekte erscheinen nun als Projektionen, oder noch einfacher gesagt, Objekte werden auf Zeichen abgebildet, und zwar "spiegelverkehrt", so daß wir gleich auch das (lediglich formale!) Dualverhältnis von Zeichenobjekten und Objektzeichen formalisiert haben.

Literatur

MacLane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Zur arithmetischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Arithmetische Strukturen physischer und thetischer Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Addition und Subtraktion von Zeichen und Kenozeichen

1. Da das System der zehn Peirceschen Zeichenklassen einen algebraischen Verband darstellt (vgl. Walther 1979, S. 138), kann man innerhalb der monokontexturalen Semiotik nur dadurch "addieren" und "subtrahieren", daß man sich der verbandstheoretischen Vereinigungs- und Durchschnittsoperation bedient (vgl. Berger 1976). Dabei gilt

$(3.a\ 2.b\ 1.c) \sqcup (3.d\ 2.e\ 1.f) = (3.\max(a, d), 2.\max(b, e), 1.\max(c, f))$

$(3.a\ 2.b\ 1.c) \sqcap (3.d\ 2.e\ 1.f) = (3.\min(a, d), 2.\min(b, e), 1.\min(c, f))$,

allerdings hat dieses Verfahren mit der üblichen arithmetischen Vorstellung von Addition und Subtraktion nicht sehr viel zu tun, denn Ausdrücke wie "(1.1) + (2.2)" oder "(3.2) – (1.3)" sind vollkommen sinnlos. Was konkrete Zeichen (vgl. Toth 2012) betrifft, so werden höchstens die Zeichenträger vermehrt. Andererseits kann das durch "Subtraktion" eines Zeichens entstandene "Nullzeichen" selbst wiederum zeichenhaft sein, z.B. wenn ich plötzlich meinen Ehering nicht mehr trage und dies den Schluß nahelegt, ich sei ge-schieden worden. Wesentlich ist also, daß man weder die triadischen Übergänge

$(1.a) \rightarrow (2.b) \rightarrow (3.c)$

noch die trichotomischen

$(a.1) \rightarrow (a.2) \rightarrow (a.3)$

in semiosischer Ordnung durch Addition und in retrosemiosischer Ordnung durch Subtraktion erreicht, und dies obwohl die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen zu den ersten drei Peanozahlen isomorph sind!

2. In der Kenosemiotik dagegen hat jede qualitative Zahl i.d.R. mehr als einen Vorgänger und Nachfolger. Da es somit weder additive noch irgendwelche andere Gruppen oder Halbgruppen geben kann, sind natürlich auch die Addition und die Subtraktion "eindeutig-mehrmöglich" (sog. Korzybskisches Prinzip). Ein besonders schönes Beispiel zur Trito-Addition und Subtraktion innerhalb der Kontextur K = 6 hatte Kronthaler (1986, S. 51) gegeben:

	000111	+	000123	=	012345
N^1	000112		000112	V^1	
N^2	000123		000111	V^2	
N^3	001122		000012	V^3	
N^4	001123		000011	V^4	
N^5	001234		000001	V^5	
N^6	012345		000000	V^6	

Eine mögliche kenosemiotische Interpretation (d.h. Belegung der unterliegenden Kenostrukturen durch semiotische Werte) ist

	000MMM	+	$000MOI^1$	=	$0MOI^1I^2I^3$
N^1	000MMO		000MMO	V^1	
N^2	$000MOI^1$		000MMM	V^2	
N^3	00MMOO		0000MO	V^3	
N^4	$00MMOI^1$		0000MM	V^4	
N^5	$00MOI^1I^2$		00000M	V^5	
N^6	$0MOI^1I^2I^3$		000000	V^6	

Damit haben wir also das in der monokontexturalen Semiotik nur durch die Potenzmenge von S = {1, 2, 3} = {{1}, {2}, {3}, {1, 2}, {2, 3}, {1, 3}, {1, 2, 3}, Ø} erreichbare Nullzeichen in der polykontexturalen Semiotik durch iterierte Vorgängerbildung der Kenozeichen erreicht. In einer gesonderten Arbeit werden wir uns der semiotischen Bedeutung der leeren Kenostellen links von den belegten, z.B. in der kenogrammatischen Non-Äquivalenz (0MMM) $\not\approx$ (00MMM) $\not\approx$ (000MMM) $\not\approx$ ..., zu widmen haben, denn Kenogramm-Strukturen sind "qualitative Ausdifferenzierungen einer 'quantitativen' Leer-Pattern-Struktur $\mathfrak{L}$ = {Ø, Ø Ø, Ø Ø Ø, ...}" (Kronthaler 1986, S. 25), in der also nicht nur die Nullen nach einer "Zahl" zählen, sondern auch diejenigen vor ihr.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Berger, Wolfgang, Zur Algebra der Zeichenklassen. In: Semiosis 4, 1976, S. 20-24

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Konkrete Zeichen und semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische und ontische Null-Relationen

1. Bereits in Toth (2009) wurden Nullzeichen und Nullobjekte erstmals untersucht. Im folgenden werden Bedingungen für semiotische und ontische Null-Relationen dargestellt.

2. Semiotische Nullrelationen

2.1. Potenzmengenbildung

Bildet man zur Menge der Primzeichen PR = {.1., .2., .3.} die Potenzmenge, so erhält man die Nullrelation als eine der acht Teilrelationen

$\wp$PR = {{.1.}, {.2.}, {.3.}, {.1., .2.}, {.1., .3.}, {.2., .3.}, {.1., .2., .3.}, ∅}.

2.2. Semiotische Körper

Nach Toth (2006, S. 61 ff.) dann man einen semiotischen Körper wie folgt definieren. Sei K die Menge mit den Elementen 0 und 1, d.h. K = {0, 1}, und den zwei inneren Verknüpfungen Addition ("+") und Multiplikation ("·"), die wie folgt definiert seien

$0 + 0 = 0 \quad 0 \cdot 0 = 0$

$0 + 1 = 1 \quad 0 \cdot 1 = 0$

$1 + 0 = 1 \quad 1 \cdot 0 = 0$

$1 + 1 = 0 \quad 1 \cdot 1 = 1$

Semiotische Nullrelationen erhält man also im körperadditiven Fall durch Addition gleicher Elemente und im körpermultiplikativen Fall dann, wenn beide Faktoren von 0 verschieden sind.

2.3. Zeichengrammatische Operationen

Semiotische Nullrelationen lassen sich auch mit Hilfe der inb Toth (2008, S. 17) behandelten Operationen Löschung und Nullung erzeugen.

2.3.1. Zeichen: L_i: Löschen der i-ten Stelle

Beispiel: L_1(3.1 2.2 1.3) = (∅.1 2.2 1.3)

L_1 (□■ ■■ ■■)

2.3.2. Zeichen: N_i: Nullen der i-ten Stelle

Beispiel: N_5 (3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 ∅.3)

N_5 (■■ ■■ ■■) = (■■ ■■ □■)

2.4. Grenzrandwerte symmetrischer Subzeichenpaare

Wie zuletzt in Toth (2013) ausgeführt, ergeben sich semiotische Nullrelationen durch den Grenzrandwert-Operator, falls eine semiotische Grenze zwischen einem Paar dualer semiotischer Relationen verläuft. Sei R = (1.3), dann haben wir also die Grenze

$G(1.3) = (1.3, 3.1)$,

die links- und rechtsseitigen Ränder

$R_\lambda(1.3) = (1.1, 1.2)$

$R_\rho(3.1) = (3.2, 3.3)$

und schließlich die leeren Grenzränder

$\mathfrak{G}_\lambda = G(1.3, 3.1) \cap (1.1, 1.2) = \emptyset$

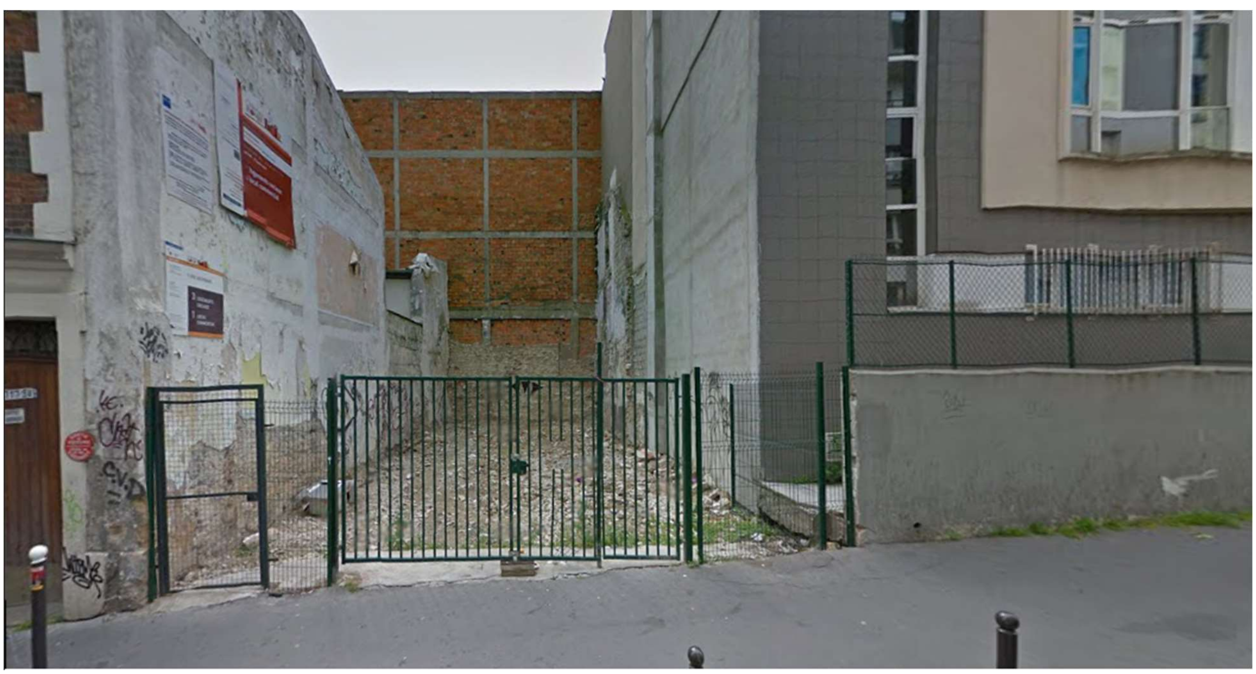
$\mathfrak{G}_\rho = G(1.3, 3.1) \cap (2.3, 3.3) = \emptyset$.

3. Ontische Nullrelationen

3.1. Permanente Lücken

Rue de l'Annonciation, Paris

3.2. Nicht-permanente Lücken



Rue Richomme, Paris

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2006, 2. Aufl. 2008 Klagenfurt

Toth, Alfred, Allgemeine Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Nullzeichen und Nullobjekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Grenzen, Ränder und Nachbarschaften semiotischer Subrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Metasemiotische leere Mengen

1. Bekanntlich ist die leere Menge Teilmenge jeder Menge. Da nach einem semiotischen Satz auch die Abwesenheit eines Zeichens ein Zeichen ist – wenn etwa jemand plötzlich keinen Ehering mehr trägt -, muß es auch ein Nullzeichen geben. Die einfachste formale Weise, es einzuführen, besteht darin, die Potenzmenge der Zeichenrelation Z = (M, O, I) zu bilden (vgl. Toth 2006)

$\underline{P}(Z) = (1, 2, 3, (1, 2), (2, 3), (1,3), (1, 2, 3), \emptyset)$.

In Toth (2015) wurde ferner nachgewiesen, daß es auch ontische leere Mengen gibt. Diese folgenden allerdings bereits vermöge semiotisch-ontischer Isomorphie aus den leeren Zeichen.

2. Metasemiotische leere Mengen werden innerhalb der Linguistik meistens unter "gapping" behandelt, d.h. es werden nicht die leeren Mengen selbst, sondern ihre Relation innerhalb von Zeichenabbildungen behandelt. Da dies leider beinahe ausschließlich innerhalb der unwissenschaftlichen generativen Grammatik – und gerade in jüngster Zeit – geschieht, wo man glaubt, aus der Tatsache, daß Muttersprachler in (beinahe) eindeutiger Weise zwischen grammatischen und ungrammatischen Sätzen unterscheiden können, auf ein System schließen zu können, welches die Syntax determiniert, sich dabei aber vollkommen im Unklaren ist, daß die Arbitrarität sich nicht nur auf das Wort, sondern auch auf die Syntax erstreckt, so daß von einem opaken System, das man bloß aufzufinden braucht, natürlich keine Rede sein kann, da symbolische Abbildungen mathematische Nullabbildungen sind, sind die Forschungsergebnisse zum "gapping" für die Metasemiotik beinahe vollständig wertlos. Andererseits kann an dieser Stelle mangels wissenschaftlicher Vorarbeiten natürlich auch keine annäherungsweise vollständige Theorie leerer metasemiotischer Mengen geliefert werden, so daß wir uns vorderhand mit Andeutungen begnügen müssen.

3. Ein in der heutigen deutschen Umgangssprache sehr häufig zu hörender Fall von "gapping" ist der folgende

(1.a) Das hab ich mir auch anders vorgestellt.

(1.b) Ich auch.

Die korrekte b)-Variante wäre allerdings

(1.c) Ich mir auch.

Hingegen wäre vermutlich ungrammatisch

(1.d) *Ich es auch,

und es stellt sich also die Frage, warum das Reflexivpronomen, das doch 2-seitig objektabhängig von seinem Referenzverbum (sich vorstellen) ist, "gegappt" werden kann, während das valenztheoretisch ebenfalls 2-seitig objektabhängige Objektpronomen (sich etwas vorstellen) nicht "gegappt" werden kann. Gehen wir also systematisch vor und konstruieren eine "Gapping"-Hierarchie

(2.a) Ich habe es mir auch anders vorgestellt.

(2.b) *Ich habe es mir auch anders.

(2.c) *Ich habe es auch anders vorgestellt.

(2.d) *Ich habe mir auch anders vorgestellt.

(2.e) Ich es mir auch.

(2.f) *Ich es auch.

(2.g) Ich mir auch.

Wie man anhand von (2.c) sowie (2.e-g) sieht, ist die Elimination des Objektpronomens nur dann möglich, wenn das Subjektpronomen nicht eliminiert wird, d.h. es besteht eine zusätzliche 2-seitige Objektabhängigkeit zwischen Objekt- und Subjektpronomen der Form

$\Omega = f(\Sigma)$,

nicht aber die dazu duale funktionelle Abhängigkeit

$\Sigma = f(\Omega)$.

$\Omega = f(\Sigma)$ ist aber die Definition subjektiver, d.h. wahrgenommener Objekte, während $\Sigma = f(\Omega)$ die Definition objektiver, d.h. wahrnehmender Subjekte ist.

In anderen Worten: Die Ungrammatizitätsdifferenz läßt sich auf eine ontische und also weder metasemiotische noch semiotische Differenz zurückführen.

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. ibd. 2008

Toth, Alfred, Exessivität und die leere ontische Menge. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Die Positionen des Nullzeichens innerhalb der erweiterten Peirceschen Zeichenrelation

1. Das Nullzeichen, $\varnothing$.d (d $\in$ {.1, .2, .3}) bzw. dual $\times(\varnothing.d) = d.\varnothing$, ergibt sich aus der Bildung der Potenzmenge zur Menge der Peirceschen Zeichenrelation

ZR = (M, O, I),

d.h.

$\mathbb{P}ZR = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \varnothing\}$

auf natürlichem Wege. Intuitiv können mit Nullzeichen z.B. „abwesende“ Zeichen wie das (plötzliche) Fehlen eines Eherings am Finger einer als verheiratet bekannten Person, die bei nächtlichem Vandalenakt beseitigte Ampel an einer Strassenkreuzung oder auch die durch das Unbekanntwerden einer Schrift durch jahrhundertelange Nichtbenützung unverständliche Inschrift usw. erfasst werden. Da Nullzeichen wie die drei basalen Fundamentalkategorien trichotomisch untergliedert sind, setzt $\mathbb{P}$ZR eine tetradisch-trichotomische Zeichenrelation voraus, die wir erweiterte Peircesche Zeichenrelation nennen und durch

ZR+ = (M, O, I, $\varnothing$)

bezeichnen.

2. Die Frage, die sich erhebt, ist allerdings die der Position des Nullzeichens innerhalb von ZR+. Da $\varnothing$.d bzw. d.$\varnothing$ 0-stellig sind, ist sie prinzipiell frei, im Gegensatz zu den Stellungen der drei Fundamentalkategorien, die allerdings permutiert werden können (vgl. Toth 2008, S. 177 ff.). Damit ergeben sich folgende 4 möglichen Positionen:

1. (3.a 2.b 1.c $\varnothing$.d)

2. (3.a 2.b $\varnothing$.d 1.c)

3. (3.a $\varnothing$.d 2.b 1.c)

4. ($\varnothing$.d 3.a 2.b 1.c).

3. Da eine tetradische Zeichenklasse über 4! = 24 Permutationen verfügt, kann also ZR+ auf 24 verschiedene kombinatorische Weisen dargestellt werden:

1. $(3.a\ 2.b\ 1.c\ \emptyset.d) \times (d.\emptyset\ c.1\ b.2\ a.3)$

$(3.a\ 1.c\ 2.b\ \emptyset.d) \times (d.\emptyset\ b.2\ c.1\ a.3)$

$(2.b\ 3.a\ 1.c\ \emptyset.d) \times (d.\emptyset\ c.1\ a.3\ b.2)$

$(2.b\ 1.c\ 3.a\ \emptyset.d) \times (d.\emptyset\ a.3\ c.1\ b.2)$

$(1.c\ 3.a\ 2.b\ \emptyset.d) \times (d.\emptyset\ b.2\ a.3\ c.1)$

$(1.c\ 2.b\ 3.a\ \emptyset.d) \times (d.\emptyset\ a.3\ b.2\ c.1)$

2. $(3.a\ 2.b\ \emptyset.d\ 1.c) \times (c.1\ d.\emptyset\ b.2\ a.3)$

$(3.a\ 1.c\ \emptyset.d\ 2.b) \times (b.2\ d.\emptyset\ c.1\ a.3)$

$(2.b\ 3.a\ \emptyset.d\ 1.c) \times (c.1\ d.\emptyset\ a.3\ b.2)$

$(2.b\ 1.c\ \emptyset.d\ 3.a) \times (a.3\ d.\emptyset\ c.1\ b.2)$

$(1.c\ 3.a\ \emptyset.d\ 2.b) \times (b.2\ d.\emptyset\ a.3\ c.1)$

$(1.c\ 2.b\ \emptyset.d\ 3.a) \times (a.3\ d.\emptyset\ b.2\ c.1)$

3. $(3.a\ \emptyset.d\ 2.b\ 1.c) \times (c.1\ b.2\ d.\emptyset\ a.3)$

$(3.a\ \emptyset.d\ 1.c\ 2.b) \times (b.2\ c.1\ d.\emptyset\ a.3)$

$(2.b\ \emptyset.d\ 3.a\ 1.c) \times (c.1\ a.3\ d.\emptyset\ b.2)$

$(2.b\ \emptyset.d\ 1.c\ 3.a) \times (a.3\ c.1\ d.\emptyset\ b.2)$

$(1.c\ \emptyset.d\ 3.a\ 2.b) \times (b.2\ a.3\ d.\emptyset\ c.1)$

$(1.c\ \emptyset.d\ 2.b\ 3.a) \times (a.3\ b.2\ d.\emptyset\ c.1)$

4. (∅.d 3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3 d.∅)

(∅.d 3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3 d.∅)

(∅.d 2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2 d.∅)

(∅.d 2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2 d.∅)

(∅.d 1.c 3.a 2.b) × (b.2 a.3 c.1 d.∅)

(∅.d 1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1 d.∅)

4. Da, wie bereits gesagt, ∅.d eine dreifache trichotomische Untergliederung besitzt wie die drei übrigen Kategorien, ergibt sich ein Total von 15 tetradisch-trichotomischen Dualsystemen über ZR+:

1. (3.1 2.1 1.1 ∅.1) × (1.∅ 1.1 1.2 1.3)
2. (3.1 2.1 1.1 ∅.2) × (2.∅ 1.1 1.2 1.3)
3. (3.1 2.1 1.1 ∅.3) × (3.∅ 1.1 1.2 1.3)
4. (3.1 2.1 1.2 ∅.2) × (2.∅ 2.1 1.2 1.3)
5. (3.1 2.1 1.2 ∅.3) × (3.∅ 2.1 1.2 1.3)
6. (3.1 2.1 1.3 ∅.3) × (3.∅ 3.1 1.2 1.3)
7. (3.1 2.2 1.2 ∅.2) × (2.∅ 2.1 2.2 1.3)
8. (3.1 2.2 1.2 ∅.3) × (3.∅ 2.1 2.2 1.3)
9. (3.1 2.2 1.3 ∅.3) × (3.∅ 3.1 2.2 1.3)
10. (3.1 2.3 1.3 ∅.3) × (3.∅ 3.1 3.2 1.3)
11. (3.2 2.2 1.2 ∅.2) × (2.∅ 2.1 2.2 2.3)
12. (3.2 2.2 1.2 ∅.3) × (3.∅ 2.1 2.2 2.3)
13. (3.2 2.2 1.3 ∅.3) × (3.∅ 3.1 2.2 2.3)
14. (3.2 2.3 1.3 ∅.3) × (3.∅ 3.1 3.2 2.3)

15. (3.3 2.3 1.3 ∅.3) × (3.∅ 3.1 3.2 3.3)

5. Insgesamt ergibt sich also durch Hinzunahme des Nullzeichens zur Menge der Peirceschen Fundamentalkategorien bzw. durch seine Einbettung in die triadische Zeichenrelation ein semiotisches System von 15 mal 24 = 360 Dualsystemen, d.h. 360 tetradischen Zeichenklassen und 360 ihnen duale Realitätsthematiken.

Literatur

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Eine symmetrische, nicht-quadratische semiotische Matrix und ihre Zeichenklassen

1. In meinem bisher 37 semiotischen Büchern zuzüglich einer grossen Anzahl von Aufsätzen hatte ich ausreichend Gelegenheit, alternative semiotische Matrizen zur bekannten symmetrischen und quadratischen 3×3 Matrix zu konstruieren. Erst die Einführung des Nullzeichens hat aber kürzlich eine neue semiotische Matrix, und zwar eine 4×4-Matrix mit einem nicht-definierten reflexiven Eintrag, zu Tage gebracht, die ich hiermit vorstellen möchte und deren über ihr konstruierbare Zeichenklassen ich ebenfalls präsentieren möchte.

2. Da die leere Menge Teilmenge jeder Menge ist, haben wir

$M_1 = \varnothing \subset \{1\} \quad \Rightarrow \quad (\varnothing.1, 1.\varnothing)$

$M_2 = \varnothing \subset \{2\} \quad \Rightarrow \quad (\varnothing.2, 2.\varnothing)$

$M_3 = \varnothing \subset \{3\} \quad \Rightarrow \quad (\varnothing.3, 3.\varnothing)$

$M_4 = \varnothing \subset \{1, 2\} \quad \Rightarrow \quad (\varnothing.1, 1.\varnothing, \varnothing.2, 2.\varnothing)$

$M_5 = \ \subset \{2, 3\} \quad \Rightarrow \quad (\varnothing.2, 2.\varnothing, \varnothing.3, 3.\varnothing)$

$M_6 = \varnothing \subset \{1, 2, 3\} \quad \Rightarrow \quad (\varnothing.1, 1.\varnothing, \varnothing.2, 2.\varnothing, \varnothing.3, 3.\varnothing).$

Zusammenfassend ergibt sich

$\bigcup (M_1 \ldots M_6) = (\varnothing.1, \varnothing.2, \varnothing.3; 1.\varnothing, 2.\varnothing, 3.\varnothing).$

Hieraus können wir die folgende 4×4 Matrix konstruieren:

	$\varnothing$	1	2	3
$\varnothing$	$*\varnothing.\varnothing$	$\varnothing.1$	$\varnothing.2$	$\varnothing.3$
1	$1.\varnothing$	1.1	1.2	1.3
2	$2.\varnothing$	2.1	2.2	2.3
3	$3.\varnothing$	3.1	3.2	3.3

3. Über dieser Matrix lassen sich 35-1 = 34 (vgl. Toth 2008a, S. 216 ff.) Zeichenklassen konstruieren:

1. 3.0 2.0 1.0 0.1
2. 3.0 2.0 1.0 0.2
3. 3.0 2.0 1.0 0.3

4. 3.0 2.0 1.1 0.1
5. 3.0 2.0 1.1 0.2
6. 3.0 2.0 1.1 0.3

7. 3.0 2.0 1.2 0.2
8. 3.0 2.0 1.2 0.3
9. 3.0 2.0 1.3 0.3

10. 3.0 2.1 1.1 0.1
11. 3.0 2.1 1.1 0.2
12. 3.0 2.1 1.1 0.3

13. 3.0 2.1 1.2 0.2

14. 3.0 2.1 1.2 0.3

15. 3.0 2.1 1.3 0.3

16. 3.0 2.2 1.2 0.2

17. 3.0 2.2 1.2 0.3

18. 3.0 2.2 1.3 0.3

19. 3.0 2.3 1.3 0.3

20. 3.1 2.1 1.1 0.1

21. 3.1 2.1 1.1 0.2

22. 3.1 2.1 1.1 0.3

23. 3.1 2.1 1.2 0.2

24. 3.1 2.1 1.2 0.3

25. 3.1 2.1 1.3 0.3

26. 3.1 2.2 1.2 0.2

27. 3.1 2.2 1.2 0.3

28. 3.1 2.2 1.3 0.3

29. 3.1 2.3 1.3 0.3

30. 3.2 2.2 1.2 0.2

31. 3.2 2.2 1.2 0.3

32. 3.2 2.2 1.3 0.3

33. 3.2 2.3 1.3 0.3

34. 3.3 2.3 1.3 0.3

Es „fehlt" also zu den erwartungsgemässen 35 Zeichenklassen einer quadratischen und symmetrischen 4×4 Matrix die Zeichenklasse

35 *(3.0 2.0 1.0 0.0),

allein ein Subzeichen (0.0) tritt nicht auf, weil, wie Max Bense bemerkte, Kategorialzahlen nie den Wert k = 0 erhalten können (1975, S. 66), denn 0-stellige Relationen sind ja nichts anderes als Objekte, und diese können im Gegensatz zu Zeichen (Sein des Seins des Seins ...) nicht iteriert werden (*Stein des Steins des Steins ...). Somit nimmt also die abstrakte Zeichenklasse

ZR+ = (3.a 2.b 1.c 0.d) mit a, b, c ∈ {.0, .1, .2, 3} und d ∈ {.1, .2, .3}

eine Mittelstellung ein zwischen der quadratischen tetradisch-tetratomischen Zeichenklasse

ZR(4,4) = (3.a 2.b 1.c 0.d) mit a, b, c, d ∈ {.0, .1, .2, .3}, vgl. Toth (2008a, S. 216 ff.)

und der in Toth (2008b) eingeführte nicht-quadratischen tetradisch-trichotomischen „präsemiotischen" Zeichenklasse

$ZR(4,3) = (3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d)$ mit a, b, c, d $\in$ {.1, .2, .3},

in der also das Nullzeichen nur in der Trichotomie, nicht in der Triade definiert ist (und sich somit ein grosses Problem bzgl. der Realitätsthematiken ergibt).

Literatur

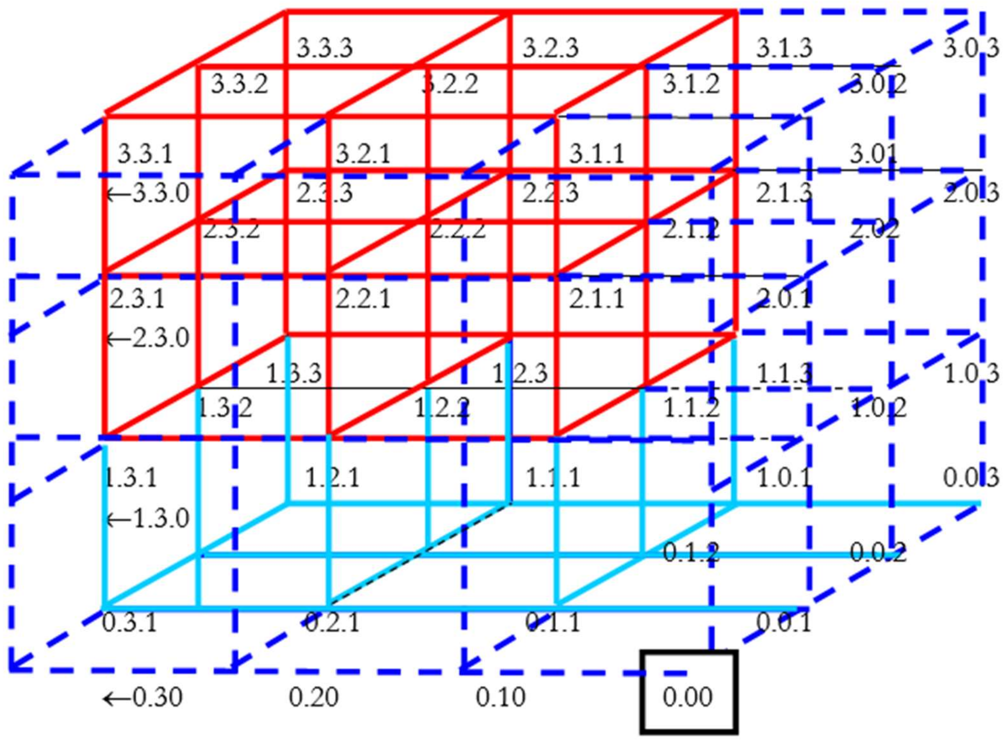
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008b)

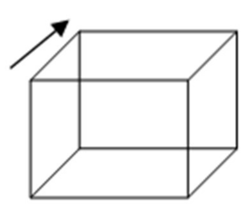
Die Nullzeichen-Vektoren im 3-dimensional-tetradischen Zeichenkubus

1. Der 3-dimensional-tetradische Zeichenkubus ist eine Erweiterung (vgl. Toth 2009) des Stiebingschen 3-dimensional-triadischen Zeichenkubus (vgl. Stiebing 1978, S. 77) und enthält sämtliche Positionen der drei Nullzeichen:

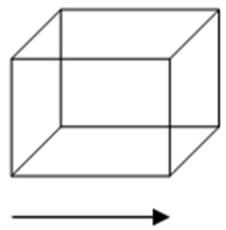


2. Im folgenden sollen die räumlichen Vektorpositionen anhand eines vereinfachten Modells dargestellt werden. Entlang dieser Richtungen werden allfällige Nullstellen der 3-dim. Subzeichen entweder durch Dimensionszahlen a ∈ {1, 2, 3} oder durch triadische oder trichotomische Werte b, c ∈ {1, 2, 3} "aufgefüllt":

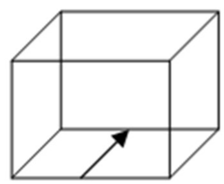
1. (a.b.0) → (a.b.c)



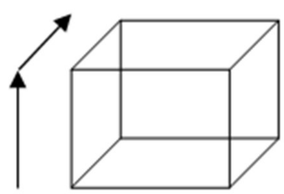
2. (0.a.b) → (a.b.c)



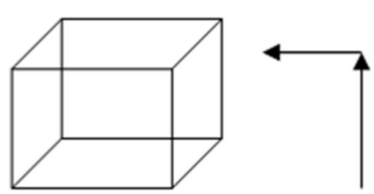
3.1. (0.a.0) → (0.a.b) → (a.b.c)



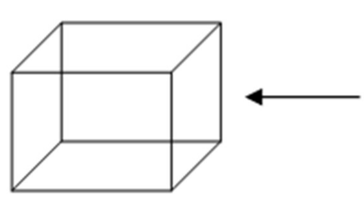
3.2. (0.a.0) → (a.b.0) → (a.b.c)



4. (0.0.a)→ (a.0.b) → (a.b.c)



5. (a.0.b) → (a.b.c)



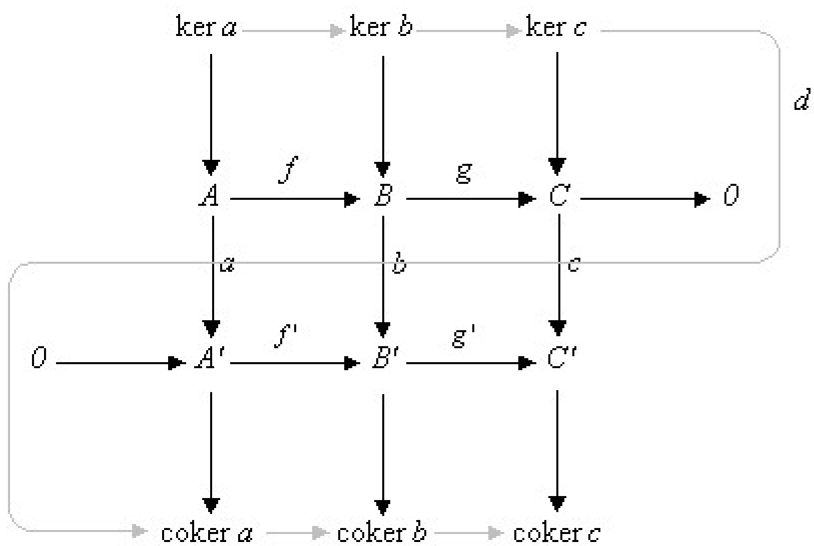
Literatur

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Subzeichen, Nullzeichen enthaltend. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Eine Anwendung des Snake Lemmas in der Semiotik

1. Das Snake oder Schlangen-Lemma wird in der homologischen Algebra dazu benutzt, lange sog. exakte Sequenzen zu produzieren. Da es in jeder abelschen Kategorie anwendbar ist (vgl. z.B. Toth 2006, S. 37 ff.), muss es auch in der Semiotik anwendbar sein. Im folgenden kommutativen Diagramm sind die Zeilen exakte Sequenzen, und 0 ist das Null-Objekt (Hilton/Stammbach 1997, S. 99):



Dann gibt es eine exakte Sequenz, welche die Kerne und Cokerne von a, b, c miteinander verbindet:

$$\ker a \longrightarrow \ker b \longrightarrow \ker c \xrightarrow{d} \operatorname{coker} a \longrightarrow \operatorname{coker} b \longrightarrow \operatorname{coker} c$$

2. Vorab sei bemerkt, dass sich Sequenzen im Bereich der natürlichen Zahlen einschliesslich der Null

$\mathbb{N} \cup 0 = 0, 1, 2, 3, ..., n$

bekanntlich beliebig verlängern lassen, dass aber in der Semiotik aufgrund des Peirceschen Triadizitätsgesetzes (vgl. z.B. Toth 2007, S. 173 ff.) nicht weiter als bis 3 gezählt werden kann, da sich jede n-adische Relation mit $n > 3$ auf triadische Relationen zurückführen lässt:

$PZ \cup 0 = 0,\ 1, 2, 3 / 1, 2, 3 / 1, 2, 3/ ... .,$

sodass man semiotische triadische Sequenzen besser wie folgt darstellt:

0, 1, 2, 3, 0 / 0, 1, 2, 3, 0 / 0, 1, 2, 3, 0 /, ...

3. Nun gibt es, wie zuletzt in Toth (2010) gezeigt, genau 3 abelsche semiotische Gruppen: (PZ, $\circ_1$), (PZ, $\circ_2$), (PZ, $\circ_3$) mit $\circ_1$: 1 ↔ 2, $\circ_2$: 2 ↔ 3 und $\circ_3$: 1↔3. Damit können wir für die Semiotik die folgenden 3 Snake-Diagramme aufstellen:

$$
\begin{tikzcd}
 & 1 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[r] \arrow[d] & 3 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \\
0 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 1 \arrow[r] & 3 &
\end{tikzcd}
$$

SL für (PZ, $\circ_1$)

$$
\begin{tikzcd}
 & 1 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[r] \arrow[d] & 3 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \\
0 \arrow[r] & 1 \arrow[r] & 3 \arrow[r] & 2 &
\end{tikzcd}
$$

SL für (PZ, $\circ_2$)

$$
\begin{tikzcd}
 & 1 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[r] \arrow[d] & 3 \arrow[r] \arrow[d] & 0 \\
0 \arrow[r] & 3 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 1 &
\end{tikzcd}
$$

SL für (PZ, $\circ_3$)

Literatur

Hilton, Peter J./Stammbach, Urs, a Course in Homological Algebra. New York 1997

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagnefurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Homologiegruppen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Die Kontexturgrenze des Nullzeichens

1. Das Nullzeichen (Ø) ist bei Peirce nicht definiert. Allerdings ist sein Zeichenbegriff relational, d.h. mengentheoretisch eingeführt:

$ZR = (M \subset (O \subset I))$

(vgl. z.B. Bense 1979, S. 53, 67). Das Nullzeichen ist demnach vorhanden. Lässt man es weg, kann fundamentale Mengen wie z.B. die Potenzmenge $\wp$(ZR), nicht bilden. Auch intuitiv braucht man nicht weit zu suchen, bis man auf Nullzeichen trifft: So ist etwa, wie E. Walther in einer Vorlesung bemerkt hatte, nicht nur ein Ehering, sondern auch das Fehlen des Eherings ein Zeichen. Nicht zuletzt wurden Nullzeichen in der Linguistik spätestens seit Jakobson ausgiebig in Phonetik, Semantik und dann vor allem in einer regelrechten Hierarchie drei differenter Nullzeichen seit der Government-Binding-Theorie von Chomsky, also in der Syntax verwandt.

2. Nachdem wir in früheren Arbeiten die Kontexturgrenzen verschiedener Zeichenarten bestimmt hatten, stellt sich die Frage nach der Kontexturgrenze oder evtl. den Kontexturgrenzen des Nullzeichens. Dazu folgendes: Da das Nullzeichen sämtliche zehn Zeichenklassen – und damit alle Zeichen – ersetzen kann, folgt, dass das Nullzeichen das zum vollständigen Zeichen komplementäre Zeichen ist:

$Ø = C(VZR) = C\{(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)\}$.

Anderseits ist das Nullzeichen aber, wie bereits festgestellt, auch das komplement jedes Zeichens. Daraus folgt nun der bemerkenswerte Schluss:

Satz: Das Nullzeichen bildet das kontexturale Gegenstück sowohl zum Objekt als auch zum Zeichen.

D.h., wir haben

$K1 = (ZR, Ø))$

$K2 = (\Omega, ZR)$.

Nullzeichen und Objekt stehen daher in einer Austauschrelation

$Ø \rightleftarrows \Omega$.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Sind Peirce-Zahlen transfinit?

Über die spezifische Natur der von mir als Peirce-Zahlen bezeichneten, von Bense so genannten Primzeichen (1981, S. 17 ff.) gibt es bisher genau 3 Vorschläge:

1. Das Zeichen umfasst 3 verschiedene Peirce-Zahlen

1.1. Triadische Peirce-Zahlen

tdP: z.B. (1.1) → (2.1) → (3.1)

$\sigma(a.1) = ((a+1).1)$

Ordnung: (a.b c.d e.f) mit $a > c > e$

1.2. Trichotomische Peirce-Zahlen

ttP: z.B. (1.1) → (1.2) → (1.3)

$\sigma(1.a) = (1.(a+1))$

Ordnung: (a.b c.d e.f) mit $b \leq d \leq f$

1.3. Diagonale Peirce-Zahlen

dgP_H: (1.1) → (2.2) → (3.3)

$\sigma(a.b)_H = ((a+1).(b+1))$

dgP_N: (3.1) → (2.2) → (1.3)

$\sigma(a.b)_N = ((a\pm1).(b\pm1))$

Ordnungen: (a.a b.b c.c) mit $(a.a) \ll (b.b) \ll (c.c)$ bzw. $(a.a) \gg (b.b) \gg (c.c)$

(a.b c.c b.a) mit (a.b) <> (c.c) <> (b.a)

2. Das Zeichen als komplexe Zahl

Dieser an sich hoch interessante Vorschlag ist leider nie ausgearbeitet worden. Es wurzelt im Grunde wohl in der Idee de Saussures (1967, S. 140 ff.), die Zeichen negativ zu definieren. Explizit wurde der Vorschlag, das Zeichen als komplexe Zahl, d.h. mittels der Definition $z = a + bi$, zu bestimmen, von Frank (2000) formuliert, vgl. auch Toth (2004). Das würde bedeuten, dass man von einer binären Relation bzw. Funktion ausgeht, und zwar mit einer reellen Domäne und einer imaginären Codomäne. Das könnte man dahingehend interpretieren, diese Funktion als Abbildung eines Objektes auf ein Zeichen, d.h. als Semiose zu interpretieren: $\Omega \rightarrow ZR$, wobei dann die abzubildenden Objekte als "reell", die abgebildeten Zeichen aber als „imaginär" zu betrachten wären.

3. Das Zeichen als transfinite Zahl

Der dritte, bisher unpublizierte, Vorschlag, bedeutet, die Peirce-Zahlen als transfinit aufzufassen. Vgl. die folgende Gegenüberstellung einiger Gesetze der transfiniten Kardinalzahl-Arithmetik (vgl. z.B. Conway/Guy 1995, S. 280 f.) mit denjeningen, die innerhalb einer Zeichen- und Objektarithmetik zu gelten scheinen:

$\aleph_0 + n = n + \aleph_0 = \aleph_0$

Da wir für die Alefs Zeichen gesetzt haben, müssen wir für die natürlichen Zahlen Objekte setzen. Wir bekommen daher

$ZR + \Omega = \Omega + ZR = ZR$

Beispiel: „symphysische Verwachsung" (Bühler) von Zeichen und Objekt entweder zu Zeichenobjekt oder zu Objektzeichen. Das Ergebnis ist in beiden Fällen ein „semiotisches Objekt" (Bense ap. Walther 1979, S. 122 f.), also ein Zeichen.

$\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$

$ZR + ZR = ZR$

Wie bereits in Toth (2009) bemerkt, ändert sich nichts, ob z.B. an einer Strassenkreuzung 1, 2 oder 15 Stoppschilder aufgestellt werden.

$\aleph_0 \cdot n = \aleph_0 = n \cdot \aleph_0 = \aleph_0$

Ist wegen

$\aleph_0 + n = n + \aleph_0 = \aleph_0$ (Ersetzung der Multiplikation durch Addition) korrekt.

$\aleph_0 = \aleph_0^n$

Ist wegen Ersetzung der Potenzierung durch Multiplikation korrekt.

$\aleph_0^{\aleph_0} = n^{\aleph_0}$

Ist wegen der vorherigen Gleichung und wegen $\aleph_0 \cdot n = \aleph_0 = n \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ korrekt.

Zeichen und Objekt erfüllen also die arithmetischen Gesetze transfiniter Zahlen und können deswegen als solche aufgefasst werden. Dass sie Gesetzen folgen, die unter den quantiativen Zahlen nur unendlichen Mengen vorbehalten sind, dürfte an dem zeicheninternen Interpretanten liegen, der die Selbstreproduktion der Zeichen bewirkt.

Dieses erstaunliche Ergebnis ist auch deshalb bemerkenswert, weil die Zeichen im Gegensatz zu den Objekten nämlich die finiten arithmetischen Gesetze NICHT erfüllen. Wenn ich 1 Apfel und 1 Apfel addiere, bekomme ich 2 Äpfel, d.h. ich habe mehr als zuvor (mit einem Apfel). Wenn ich aber 2 Polizeimützen trage, fällt das zwar auf, aber ich bin deswegen doch nur ein einziges Mal Polizist. Man beachte, dass speziell bei den semiotischen Objekten wie Wegweiser, Stoppschildern usw. bei der Addition nur die (objektalen) Zeichenträger addierbar sind: Wenn an der Kreuzung zwei Stoppschilder stehen statt einem, so sind es zwar material zwei Objekte, aber die Bedeutung, d.h. die semiotische Handlungsanweisung „Anhalten!", wird durch die Verdoppelung nicht verändert.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, John Horton/Richard K. Guy, The Book of Numbers. Now York 1995

de Saussure, Ferdinand, Grundfragen der allgemeinen Sprachwissenschaft. 2. Aufl. Berlin 1967

Frank, Helmar, Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. Ein axiomatisch-interlinguistischer Beitrag zum Aufbau der Eurologie als künftigem Schulfach. In: Germanistische Beiträge 14, 2000 (= Festschrift für Horst Schuller)

Toth, Alfred, Linguistische Grundlagen des Hermannstädter Programms. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 45/2, 2004, S. 69-80

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zur Transfinitheit von Zeichen

1. In der transfiniten Arithmetik gelten bekanntlich (Sierpinski 1958, Bachmann 1955) die folgenden Rechnungsregeln:

$\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$

$\aleph_0 \cdot n = \aleph_0 = n \cdot \aleph_0 = \aleph_0$

$\aleph_0 + n = n + \aleph_0 = \aleph_0$

$\aleph_0 = \aleph_0^n$

$\aleph_0^{\aleph_0} = n^{\aleph_0}$.

Diese Gesetze gelten, wie in Toth (2011) gezeigt, allesamt auch für Zeichen.

2. Eine strikte Ordnung, wie sie in der finiten Arithmetik etwa die natürlichen Zahlen besitzen

$1 < 2 < 3 < ... < n$,

gibt es in der transfiniten Arithmetik nur dann, wenn eine Hierarchie von Potenzmengen vorliegt:

$$\aleph_0 < 2^{\aleph_0} < 2^{2^{\aleph_0}} < 2^{2^{2^{\aleph_0}}} < \dots$$

Das für die Semiotik wesentliche Kriterium der Potenzmenge ist, wie bereits in Toth (2006) dargestellt wurde, das Auftreten der leeren Menge bzw. des Nullzeichens, das als Abwesenheit eines Zeichens interpretiert wird:

$\wp(PZ) = \wp(1, 2, 3) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\}$.

Bilden wir nun eine Hierarchie von

$$\begin{array}{llll} & & & ... \\ & & \wp(PZ) & \\ & \wp(PZ) & & \\ \wp(PZ), & & & \end{array}$$

so entsteht die strikte Ordnung

$\wp(PZ) < \wp\wp(PZ) < \wp\wp\wp(PZ) <...$

semiotisch offenbar dadurch, dass das Nullzeichen, d.h. die Möglichkeit zur Abwesenheit von Zeichen, auf jeder neuen hierarchischen Stufe gegeben ist. Darauf darf man folgendes schliessen: Während z.B. die Anbringung von meherern anstatt einem Stoppschild an einer Strassenkreuzung an dem einen Zeichen nichts ändert, d.h. dass sich semiotisch keine Summe aus diesen Zeichen bilden lässt, impliziert jede Relation, die ein Nullzeichen enthält, eine NEUE Zeichenrelation, was etwa dem Fall entspricht, dass an der Kreuzung anstatt zweier Stoppschilder neben dem einen Stoppschild ein zweites, aber qualitativ verschiedenes Zeichen (z.B. ein Fussgängerstreifen oder eine Abbiege-Signalisation) angebracht wird. Umgekehrt formuliert: Die Präsenz eines Stoppschildes impliziert nur seine eigene Abwesenheit, bildet also mit dieser zusammen nur eine semiotische Potenzmenge $\wp(PZ)$, während die Präsenz eines Stoppschildes und einer Abbiegevorrichtung ZWEI ABWESENHEITEN VON ZEICHEN und damit zwei iterative Potenzmengen $\wp\wp(PZ)$ voraussetzt. Nur der letztere Fall ermöglicht aber eine Addition von Zeichen, denn es ist ja z.B.

$(3.1\ 2.1\ 1.1) + (3.1\ 2.1\ 1.1) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \sqcup (3.1\ 2.1\ 1.1) =$

$\max (3.1\ 2.1\ 1.1) + (3.1\ 2.1\ 1.1) = (3.1\ 2.1\ 1.1),$

aber

$(3.1\ 2.1\ 1.2) + (3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 2.1\ 1.2) \sqcup (3.1\ 2.1\ 1.3) =$

$\max (3.1\ 2.1\ 1.2) + (3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 2.1\ 1.3),$

d.h. $(3.1\ 2.1\ 1.1) \neq (3.1\ 2.1\ 1.3)$.

Literatur

Bachmann, Heinz, Transfinite Zahlen. Springer 1955

Sierpinski, Waclaw, Cardinal and Ordinal Numbers. Warshawa 1959

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Sind Peirce-Zahlen transfinit? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Relationen des ontisch-semiotischen Zwischenbereichs

1. In Toth (2013a) waren wir von Benses Werkzeugrelation (Bense 1981, S. 33)

WR = (Mittel, Gegenstand, Gebrauch)

ausgegangen und hatten festgestellt, daß es sich dabei um eine Relation zwischen (mindestens) einem Objekt und einem *expliziten* Subjekt handelt, welches den Gebrauch eines Mittels für einen Gegenstand determiniert. WR ist somit keinesfalls als präsemiotisch im Sinne Bense (1975, S. 65 f.) zu verstehen, um mit ihrer Hilfe "kategoriale Objekte" zu thematisieren, die sich innerhalb eines dem semiotischen gegenüber gestellten "ontischen Raumes" befinden. Hingegen bietet die in Toth (2013b) definierte ternäre Objektrelation

OR = (Materialität, Objektalität, Eingebettetheit),

da sie nur ein *implizites* Subjekt voraussetzt, die Möglicheit, kategoriale Objekte zu thematisieren, sofern man akzeptiert, daß die drei Kategorien der Materialität, Objektalität und Eingebettetheit objektale Basiskategorien einer Ontik sind genau so wie die drei Kategorien des Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezugs zeichenhafte Basiskategorien einer Semiotik sind.

2. Dennoch kann natürlich nicht geleugnet werden, daß WR eine im Zwischenbereich zwischen Ontik und Semiotik angesiedelte Relation ist, die sich z.B. dazu eignet, die von Bense (1973, S. 70 f.) eingeführten semiotischen Objekte in ihrem Zwitterstatus zwischen Objekten und Zeichen zu bestimmen. Eine weitere Relation aus dem ontisch-semiotischen Zwischenbereich, die allerding näher dem semiotischen als dem ontischen Raum und somit auch zwischen WR und der Peirceschen Zeichenrelation ZR liegt, wurde in Toth (2010) besprochen

GR = (Form, Funktion, Gestalt).

Man erkennt übrigens die größere Nähe von GR zum semiotischen Raum durch das "Hinaufrücken" der Kategorie Funktion bzw. Gebrauch vom Ort des dritten zu demjenigen des zweiten Relatums in GR relativ zu WR. Zusammenfassend haben wir also

OR = (Materialität, Objektalität, Eingebettetheit)

WR = (Mittel, Gegenstand, Gebrauch)

GR = (Form, Funktion, Gestalt).

3. Es bleibt uns somit, den Übergang von (OR → WR → GR) → ZR mit

ZR = (R(Mittel), (R(Objekt), R(Interpretant)))

(vgl. Bense 1979, S. 53) zu bestimmen. Wir befinden uns innerhalb des ontisch-semiotischen Zwischenraums offenbar an einem Ort des "relationalen Scheins", wie sich Matthias Götz ausdrückte: "Relationaler Schein bedeute dabei zunächst nichts anderes, als die objektiv-relative Kontraposition zur subjektiv-absoluten Sphäre der Objektbeschreibung" (1982, S. 3). "Um die Konstitution des Scheins als 'äußerste Realität' genauer zu umreißen, stehen die Schein-Umgebungen zur Diskussion, zu deren Kennzeichnung der Begriff des Null-Zeichens eingeführt sei[1]. Als Nullzeichen fungieren diejenigen Bedingungen, die der Schein zur Voraussetzung haben muß, welche ihm als solche jedoch nicht zugehören" (Götz 1982, S. 4). Götz unterscheidet in der Folge drei solcher Nullzeichen, die offenbar eine "präsemiotische" Triade bilden: "SEKANZ als einer diaphragmatischen Bedingung, die allererst als solche bezeichnet werden muß, um semiotische Vermittlung zu ermöglichen (Ungeschiedenes ist nicht repräsentabel); der SEMANZ als der Bedingung, Form als Form beschreibbar zu lassen; und endlich der SELEKTANZ als Bedingung nachträglicher Nutzung, wenn diese als selektiver Vorgang aufgefaßt ist, oder allgemeiner: als Umgang mit dem Objekt" (1982, S. 4). Wir haben also

[1] Der Begriff der Nullheit war bereits von Bense (1975, S. 65 f.) eingeführt worden und in der Folge von seinem Schüler H.M. Stiebing weiter entwickelt worden. Der linguistische Begriff des Nullzeichens geht auf R. Jakobson zurück.

PR = (Sekanz, Semanz, Selektanz)

und bekommen somit die folgende Strukturierung des ontisch-semiotischen Zwischenbereichs

(OR → WR → GR → PR → ZR),

welche als strukturelle Bestimmung der Abbildung eines Objektes auf ein Zeichen im Sinne der von Bense (1967, S. 9) eingeführten Metaobjektivation aufgefaßt werden kann.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Ein gestalttheoretisches Modell für die kleine und die große semiotische Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Werkzeugrelation und Objektrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Definition der objekttheoretischen Triade. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Nullzeichen und Nullobjekte

1. In Toth (2006/2008, S. 14 ff.) wurde neben einer auf dem Begriff der Zahl und einer auf dem Begriff der Kategorie basierenden Begründung der Semiotik auch eine auf dem Begriff der Menge basierende angeboten (Zermelo-Fraenkelsches Axiomensystem). Eine der Konsequenzen einer solchen mengentheoretischen Begründung ist das notwendige Auftreten der leeren Menge, die z.B. bei Peirce und auch bei Bense undefiniert ist, d.h. dessen semiotische Stellung nicht nur unklar, sondern gar nicht vorhanden ist.

2. Bildet man von der bekannten Menge der Peirceschen Fundamentalkategorien

$ZR = \{M, O, I\}$

die Potenzmenge, dann erhält man

$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{M, I\}, \{O, I\}, \{M, O, I\}, \varnothing\}$,

d.h. man erhält einerseits die Fundamentalkategorien (monadische Partialrelationen) in der Form ihrer Mengen, und ebenso die semiotischen Funktionen (dyadische Partialrelationen) sowie die vollständige triadische Zeichenrelation, aber ebenfalls das „leere Zeichen“. Die Einführung der monadischen Partialrelationen als Mengen ermöglicht es, z.B. nicht nur von einzelnen Mitteln, Objekten und Interpretanten auszugehen, sondern die bereits von Peirce verwendeten Ausdrücke des Mittel-Repertoires ({M}), des Objektbereichs ({O}) und des Interpretantenfeldes ({I}) exakt zu definieren. Daraus resultieren also die folgenden Mengen in expliziter Darstellung:

$\{M\} = \{M_1, M_2, M_3, ..., M_n\}$

$\{O\} = \{O_1, O_2, O_3, ..., O_n\}$

$\{I\} = \{I_1, I_2, I_3, ..., I_n\}$

Die relationale Menge der Peirceschen Kategorien wird somit sozusagen durch die leere Menge als 4., tetradisches Element bereichert:

$ZR \cup \varnothing = \{M, O, I, \varnothing\}$.

3. Nichts hält uns davon ab, auch die Objektrelation

$\mathrm{OR} = \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}$

als Potenzmenge einzuführen

$\mathbb{P}\mathrm{OR} = \mathbb{P}\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\} = (\{\mathcal{M}\}, \{\Omega\}, \{\mathcal{I}\}, \{\mathcal{M}, \Omega\}, \{\mathcal{M}, \mathcal{I}\}, \{\Omega, \mathcal{I}\}, \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}, \varnothing)$.

Wir wollen, einzig um klarzumachen, wovon jeweils die Rede ist, das Nullzeichen mit

$\varnothing_{\mathrm{ZR}}$

und das Nullobjekt mit

$\varnothing_{\mathrm{OR}}$

bezeichnen. Wir bekommen also parallel zur erweiterten Zeichenrelation

$\mathrm{ZR} \cup \varnothing = \{\mathrm{M}, \mathrm{O}, \mathrm{I}, \varnothing_{\mathrm{ZR}}\}$

die durch die leere Menge erweiterte Objektrelation

$\mathrm{OR} \cup \varnothing = \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}, \varnothing_{\mathrm{OR}}\}$.

Abgesehen von der Relation von $\varnothing_{\mathrm{ZR}}$ bzw. $\varnothing_{\mathrm{OR}}$ zu sich selbst

$\varnothing_{\mathrm{ZR}} \leftrightarrow \varnothing_{\mathrm{ZR}}$ bzw. $\varnothing_{\mathrm{OR}} \leftrightarrow \varnothing_{\mathrm{OR}}$

ergeben sich damit also 2 mal 7 Relationen zwischen dem Nullzeichen bzw. Nullobjekt und den übrigen semiotischen bzw. objektalen Mengen:

$\varnothing_{\mathrm{ZR}} \leftrightarrow \{\mathrm{M}\}$	$\varnothing_{\mathrm{OR}} \leftrightarrow \{\mathcal{M}\}$
$\varnothing_{\mathrm{ZR}} \leftrightarrow \{\mathrm{O}\}$	$\varnothing_{\mathrm{OR}} \leftrightarrow \{\Omega\}$
$\varnothing_{\mathrm{ZR}} \leftrightarrow \{\mathrm{I}\}$	$\varnothing_{\mathrm{OR}} \leftrightarrow \{\mathcal{I}\}$
$\varnothing_{\mathrm{ZR}} \leftrightarrow \{\mathrm{M}, \mathrm{O}\}$	$\varnothing_{\mathrm{OR}} \leftrightarrow \{\mathcal{M}, \Omega\}$
$\varnothing_{\mathrm{ZR}} \leftrightarrow \{\mathrm{M}, \mathrm{I}\}$	$\varnothing_{\mathrm{OR}} \leftrightarrow \{\mathcal{M}, \mathcal{I}\}$
$\varnothing_{\mathrm{ZR}} \leftrightarrow \{\mathrm{O}, \mathrm{I}\}$	$\varnothing_{\mathrm{OR}} \leftrightarrow \{\Omega, \mathcal{I}\}$
$\varnothing_{\mathrm{ZR}} \leftrightarrow \{\mathrm{M}, \mathrm{O}, \mathrm{I}\}$	$\varnothing_{\mathrm{OR}} \leftrightarrow \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}$

Die Abwesenheit eines Zeichens ist bekanntlich ebenfalls ein Zeichen, d.h. wenn jemand, der sonst einen Ehering an seinem Ringfinger trägt, plötzlich keinen mehr trägt, dann wird man versuchen, aus diesem Nullzeichen Schlüsse zu ziehen (Scheidung?). Anderseits kann man schwerlich sagen, dass auch die Abwesenheit eines Objektes ein Objekt sein. Es ist aber so, dass es Zeichen gibt, denen keine realen Objekte entsprechen, und OR ist ja die Relation der realen substantiellen Objekte. Hierher gehören also alle Gedankenobjekte, die zwar wohl aus Versatzstücken der realen "Realität" zusammengesetzt sind, aber in ihrer jeweiligen Form nicht auftreten (Drache, Nixe, Gargoyle usw.).

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Das Nullzeichen

1. Zu verschiedenen Beispielen von Nullzeichen bzw. Zeichen in Nullform, vgl. Sebeok (1979, S. 92 f.).

1.1. Zeichen können kategoriale Nullformen haben

1.1.1. M als Nullform

Z.B. schwe.gen, sch.eigen, s.hweigen, ...

1.1.2. O als Nullform

Z.B. Das Fehlen des Ringes am Ringfinger.

1.1.3. I als Nullform

Z.B. *verreichern, *bekippen, *glaubigen, ...

1.2. Zeichen können funktionale Nullformen haben

1.2.1. (M → O) als Nullform

Z.B. Das trotz Wegweiser fehlende Haus von Twiddeldum und Twiddeldee.

1.2.2. (O → I) als Nullform

Z.B. Die wegen Fehlens des Namens „Reh" im „Walde des Vergessens" nicht zustande kommende Assoziation „Reh" → furchtsames Tier.

1.2.3. (I → M) als Nullform

Die praktischen (gebräuchlichen) Konsequenzen aus 1.2.2., d.h. Unterstellung, dass Alice das Reh verletzten wird; Flucht vor Alice.

1.3. Ganze Zeichen (triadische Relationen) können Nullformen haben

Z.B. Ich finde das einfach nur noch zum ... . (Hierher gehört auch das Andeuten: Ich finde das nur noch zum K..., das Abkürzen: Ich finde das nur noch z.K. [tset-ka] oder das Substituieren: Das ist ja zum Küssen.)

2. Aus dieser kleinen auswahlsweisen Liste resultiert zweierlei: 1. Alle Zeichen und ihre Bestandteile (Partialrelationen) können als Nullzeichen bzw. Nullformen auftreten. 2. Null ist nicht „leer", d.i. die Nullformen sind indiziert, sonst

wäre das Fehlen nämlich nicht nur störend, sondern die Abwesenheit von Zeichen wäre gar nicht zeichenhaft, sondern „ein Oxymoron“ (Sebeok 1979, S. 92). Daraus ergeben sich also die folgenden Möglichkeiten

2.1. Kategorial: $\varnothing_M$, $\varnothing_O$, $\varnothing_I$,.

2.2. Funktional: $(\varnothing_M \to O)$ / $(M \to \varnothing_O)$

$(\varnothing_O \to I)$ / $(O \to \varnothing_I)$

$(\varnothing_I \to M)$ / $(I \to \varnothing_M)$

2.3. Triadisch: $(\varnothing_I\ 2.y\ 1.z) \times (z.1\ y.2\ x.\varnothing_I)$

$(3.x\ \varnothing_O\ 1.z) \times (z.1\ \varnothing_O\ x.3)$

$(3.x\ 2.y\ \varnothing_M) \times (\varnothing_M\ y.2\ x.3)$

$(\varnothing_I\ \varnothing_O\ 1.z) \times (z.1\ \varnothing_O\ \varnothing_I)$

$(3.x\ \varnothing_O\ \varnothing_M) \times (\varnothing_M\ \varnothing_O\ x.3)$

$(\varnothing_I\ 2.y\ \varnothing_M) \times (\varnothing_M\ y.2\ \varnothing_I)$

$(\varnothing_I\ \varnothing_O\ \varnothing_M) \times (\varnothing_M\ \varnothing_O\ \varnothing_I)$

Literatur

Sebeok, Thomas A., Theorie und Geschichte der Semiotik. Reinbek 1979

Zahl und Nullzeichen

1. Nach Menninger (1958, S. 18) besteht die Besonderheit der Zahlen als Zeichen einerseits in ihrer „Unabhängigkeit von den Dingen“, anderseits darin, dass es „eine leere Zahlenreihe“ gibt „Solange nicht gezählt wird, steht sie da, losgelöst von allen Dingen, leer, aber in Bereitschaft“.

2. Wie man leicht erkennt, kommt man mit dem Peirceschen Zeichenmodell hier nicht mehr weiter: Die Zahl wäre nach Peirce in ihrem Objektbezug ein Symbol, aber Symbole sind einfach Zeichen, die keine Ähnlichkeit und keine andere Verbindung zu ihren Objekten haben, d.h. z.B. alle Wörter jeder Sprache dieser Erde.

Dem widerspricht nicht die Klassifikation der Wortarten, z.B. durch Walther (1979, S. 100), wonach Adjektive als Icons, Numeralia und Pronomina als Indizes und Substantiva, Artikel und infinite Verbformen als Symbole betrachtet werden. Hier wird ja die Wortart, d.h. die Funktion eines Wortes, klassifiziert, aber nicht der Wortinhalt, denn z.B. besteht ja keinerlei Ähnlichkeit zwischen dem Adjektiv „grün“ und der Farbe „grün“ – anders etwa als bei den bekannten autologischen und heterologischen Paradoxien („Das Wort ´lang´ ist *lang/kurz“, usw.). Dies ergibt sich natürlich allein aus der Tatsache, dass jede Sprache ein eigenes Wort für „grün“ verwendet (ital. verde, ung. zöld, türk. yeşil, usw.), ja dass es überhaupt verschiedene Sprachem gibt.

3. Wenn wir nicht bereit sind, den semiotischen Objektbezug zu erweitern, gelangen wir zu dem folgenden Paradox: Zahlen sind wie alle Wörter einfach Symbole, d.h. es werden irgendwelche mehr oder weniger zufälligen Lautketten auf ein Objekt abgebildet. Z.B. sollen alle grünen Gegenstände „grün“, alle blauen „blau“ und alle roten „rot“ heissen. Das Paradox besteht nun darin, dass sie gerade deshalb, weil zwischen Zeichen und Bezeichnetem nach Saussure ein „lien arbitraire“ besteht, die Bezeichnungen, einmal abgebildet, nur noch für die Objekte, auf die sie abgebildet wurden, verwendbar sind, denn sonst hätte man ja von der willkürlichen Bezeichnung her keine Möglichkeit, das bezeichnete Objekt herauszufinden.

4. Dagegen sind Zahlen, wie es in dem obigen Menninger-Zitat heisst, von den Dingen unabhängig. Wir suchen also nach einem semiotischen Objektbezug, in

dem nicht nur der „lien“, d.h. die Abbildung, zwischen Zeichen und Objekt, sondern das (bezeichnende) Zeichen selbst arbiträr ist. Und zwar sollen diese Zeichen selbst, wie es ebenfalls bei Menninger heisst, leer sein. D.h. wir sind inhaltlich gezwungen, ein Nullzeichen in die Peircesche Semiotik einzuführen. Dieses ist selbstverständlich arbiträr, da 0 a priori kein Objekt iconisch abbbildet oder auf eines indexikalisch verweist. Es ist ferner völlig unabhängig von einem Objekt und daher prinzipiell auf sämtliche Objekte abbildbar.

5. Formal gesehen entsteht das Nullzeichen bereits dann, wenn man aus der Menge der Primzeichen, die Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführt hat, die Potenzmenge bildet:

$\wp(1, 2, 3) = ((1), (2), (3), (1, 2), (1, 3), (2, 3), (1, 2, 3), \emptyset)$.

Ferner hat man für die Umwandlung geordneter Mengen, z.B. der Subzeichen, in ungeordnete mindestens die folgenden drei auf Wiener und Kuratowski zurückgehenden Definitionen zur Verfügung:

$(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$

$(a, b) = \{\{b\}, \{a, b\}\}$

$(a, b) = \{\{a, 0\}, \{b, 1\}\}$,

wobei im letzteren Falle $1 = \{1, 2, 3\}$ und $0 = \emptyset$ gesetzt werden kann. Inhaltlich äussert sich die Präsenz von Nullzeichen dadurch, dass (wie Walther einmal feststellte) auch die Abwesenheit von Zeichen ein Zeichen ist, z.B. dann, wenn jemand plötzlich KEINEN Ring mehr trägt.

6. Nun kann man natürlich nicht einfach $ZR^* = ZR \cup \emptyset$ setzen, denn das Nullzeichen muss in die STRUKTUR der Zeichenelation selbst eingebettet werden. Nach einem Vorschlag von Toth (2007) geschieht dies folgendermassen:

$ZR^* = (3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d)$

wobei (0.) nichts anderes als die von Bense in die Semiotik eingeführte Nullheit ist, welche eine Ebene unterhalb der Semiotik, d.h. den „ontologischen Raum“, wie Bense sagt, charakterisiert. Damit gilt aber

$(0.) \approx O° \approx \Omega$,

d.h. die Nullheit korrespondiedert dem 0-relationalen Objekt (d.h. das Objekt hat die Relationszahl r = 0, vgl. Bense 1975, S. 65) und beide dem bezeichneten (externen) Objekt. Durch die Semiose wird letzteres zum bezeichnenden (inneren) Objekt: $\Omega \rightarrow O$.

Wenn (0.) aber Objekt ist, dann ist es nicht iterierbar, denn eine Aussage wie „Zeichen von Zeichen von Zeichen ..." ist sinnvoll, aber eine Aussage wie „Stein des Steines des Steines ..." ist es nicht. Damit wird also die genuine Nullheit (0.0) ausgeschlossen, d.h. die relationale Nullheit besitzt keinen identitiven Morphismus. Daraus folgt aber ferner, dass die semiotische Nullheit keine Triaden bilden kann, d.h. mit (0.0) werden zugleich (1.0), (2.0) und (3.0) ausgeschlossen.

Als weiteres Problem, auf das hier jedoch nicht eingegangen werden kann, folgt hieraus natürlich, dass es für präsemiotische Zeichenrelationen keine dualen Realitätsthematiken geben kann, denn das würde bedeuten, dass wegen ×(0.1) = (1.0), ×(0.2) = (2.0) und ×(0.3) = (3.0) verbotene Triaden entstünden.

Wir bekommen auf diese Weise also ein erweitertes Peircesches Zeichenmodell, das tetradisch, aber immer noch trichotomisch ist:

ZR* = (3.a 2.b 1.c 0.d) mit a, ..., d ∈ {1, 2, 3}.

Dieses bildet eine nicht-quadratische 3 × 4 Matrix, welche natürlich die semiotische 3×3 Matrix als Submatrix enthält:

	.1	.2	.3
0.	0.1	0.2	0.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

Wir haben somit eine 3fache Objektseinbettung:

$$\begin{matrix} (0.1) \rightarrow \\ (0.2) \rightarrow \\ (0.3) \rightarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Das Nullzeichen selbst erscheint damit 3fach, es handelt sich eben nicht um die Abwesenheit von Substanz, sondern im Sinne Menningers um „Losgelöstheit von allen Dingen, aber in Bereitschaft". Diese hier impressionistisch ausgedrückte Bereitschaft ist es also, die 3fach auftritt – und zwar, nach den Ergebnissen der Dissertation von Matthias Götz als

(0.1) : Sekanz

(0.2) : Semanz

(0.3) : Selektanz,

„der Sekanz als einer diaphragmatischen Bedingung, die allererst als solche bezeichnet werden werden muss, um semiotische Vermittlung zu ermöglichen – Ungeschiedenes ist nicht repräsentabel -, der Semanz als der Bedingung, Form als Form beschreibbar zu lassen, und endlich der Selektanz als Bedingung nachträglicher Nutzung, wenn diese als selektiver Vorgang aufgefasst ist, oder allgemein: als Umgang mit dem Objekt" (Götz 1982, S. 4).

Möglicherweise erübrigt sich somit auf dieser von mir auch als präsemiotischer bezeichneten Ebene die Frage nach der Primordialität von Kardinal- oder Ordinalzahl, denn man kann problemlos die drei von Bense (1981, S. 26) unterschiedenen basalen Zahlenarten den drei präsemiotischen Trichotomien zuordnen:

(0.1) ← Kardinalzahl, d.h. Repräsentation als Mächtigkeit

(0.2) ← Ordinalzahl, d.h. Repräsentation als Nachfolge

(0.3) ← Relationalzahl, d.h. Repräsentation als Konnex

Wenn also Menninger darauf hinweist, dass wir nur das, was unterscheidbar ist, zählen können (1958, S. 17), dann betrifft diese Feststellung die Zahl als Anzahl, d.h. (0.1). Wenn er ferner darauf hinweist, dass „unsere Zählreihe das Gesetz des unendlichen Fortgangs verkörpert" (1958, S. 18), dann hebt er auf die Zahl als Ordnungszahl, d.h. (0.2) ab. Da Menninger hier nur von den natürlichen Zahlen spricht, braucht er natürlich nicht zwischen endlichen und unendlichen, abzählbaren, nicht abzählbaren und überabzählbaren sowie zwischen assoziativen und kommutativen oder nur kommutativen und nur assoziativen (oder gar nur alternativen) Zahlenfolgen, die einen Körper oder Schiefkörper und damit verschiedene Konnexe bilden, zu unterscheiden. Sobald man allerdings über die Peano-Zahlen hinausgeht, ist es notwendig, mit Bense als dritte Zahlenart die Relationalzahl einzuführen. **Die Semiotik erweitert also die Unterscheidung von kardinalen und ordinalen Zahlen um die relationalen Zahlen** und wird in Zukunft hoffentlich imstande sein, fundiertere Beiträge zur Erforschung der relationalen Zahlen zu liefern als es die unter dem mysteriösen und undefinierten „Permanenzprinzip“ (vgl. Oberschelp 1976, S. 11 ff.) stehende Tradition getan hat.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Menninger, Karl, Zahlwort und Ziffer. Göttingen 1958

Oberschelp, Arnold, Aufbau des Zahlensystems. 3. Auf. göttingen 1976

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2007

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Ein relationales Paradox

1. Da jede Menge in der Form einer Relation darstellbar ist und auch die Umkehrung dieses Satzes gilt, kann man, wie dies bereits Bense (1975, S. 64 f.) für die Objekte des "ontischen Raumes" gezeigt hatte, Elemente von Mengen von 0-stellige Relationen einführen. Elemente sind ja immer Objekte, allerdings sind sie im Rahmen der Mathematik im Gegensatz zur Ontik bzw. Semiotik unter Absehung ihrer Qualitäten rein quantitativ definiert. Da die leere Menge Teilmenge jeder Menge ist, ist folglich auch das Null-Objekt eine 0-stellige Relation.

2. Daß eine Relation 0-stellig ist, kann somit zweierlei bedeuten, erstens

$R^0 = \emptyset$

und zweitens

$R^0 \neq \emptyset$.

Daraus folgt als erste Merkwürdigkeit, daß 1-stellige Relationen nur 2-elementige Mengen sein können, also im ungeordneten Falle nur die Relation

$R^1 = (\emptyset, \neg\emptyset)$

in Frage kommt, und dies ist, wie man leicht erkennt, eine relationale Definition der logischen 2-Wertigkeit L = (0, 1), darin die unvermittelten Werte reflexionssymmetrisch sind (vgl. Toth 2015).

3. Danach sind also 2-stellige Relationen nur über 3-elementigen Mengen möglich, und hier gibt es nun erstmals neben der trivialen Relation

$R^2 = (0, 1, 2)$

die nicht-triviale Relation

$R^2 = (\emptyset, \neg\emptyset, \rightarrow)$,

darin also das dritte Relatum kein Objekt, sondern eine Abbildung zwischen Objekten ist. Diese auffällige Eigenschaft ist eine der Wurzeln für die kategorietheoretische Fundierung der zunächst zahlentheoretisch und dann mengentheoretisch eingeführten Mathematik, oder wie es Mac Lane, einer der

Begründer der Kategorietheorie ausgedrückt hatte: "Da eine Kategorie aus Pfeilen besteht, ließe sich unser Thema auch als Behandlung des Problems auffassen, wie man ohne Elemente auskommen und statt ihrer Pfeile benutzen kann" (1972, S. iii).

4. Ontisch gesehen ist diese Doppeldeutigkeit 2-stelliger Relationen von großer Bedeutung.

4.1. Als objektales Beispiel kann die Diskonnexivierung von Städten angeführt werden. Im Zuge der Pariser Vorortsverträge wurde 1920 etwa die ungarische Stadt Komárom zweigeteilt, wobei die Grenze mitten in die Donau gesetzt wurde. Der nördlich gelegene Teil gehört seither zur Slowakei und heißt Komárno

"Doppel-Stadt" Komárom (U) – Komárno (SL).

4.2. Als subjektales Beispiel kann jede zerbrochene Beziehung, d.h. Relation zwischen zwei Subjekten, die sich also getrennt haben, dienen.

Wesentlich ist also, daß bei der Doppeldeutigkeit 2-stelliger Relation die aus 2 Objekten und 1 Abbildung bestehende Relation nicht auf eine 3-, sondern auf eine 2-elementige Menge reduziert wird, d.h. wir haben ein relationales Paradox der folgenden Form

$(R^2)^{-1} = (\emptyset, \neg\emptyset, \rightarrow) = (\emptyset, \neg\emptyset)$

(und also eben nicht $(R^2)^{-1} = (0, 1, 2)$). Im Geiste Mac Lanes gesagt, bedeutet dies also sowohl im objektalen als auch im subjektalen Falle: "Der Pfeil verschwindet". Und verschwinden kann er, weil er im Gegensatz zu den Objekten, die er aufeinander abbildet, rein semiotische und also keinerlei ontische Relevanz hat: Die Zusammengehörigkeit von Doppelstädten ebenso wie diejenige von Menschen beruht auf reiner Konvention, d.h. es handelt sich in beiden Fällen um symbolische semiotische Abbildungen, und diese sind bekanntlich Null-Abbildungen, also "ontisch nicht vorhanden".

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Null-Vermittlung und Nicht-Null-Vermittlung

1. Typisch für Systeme der qualitativen Mathematik, ist auch in der Ontik die Leere nicht-leer (vgl. die güntherschen Hamiltonzyklen iterierter Subjektivität). So kann sie beispielsweise als Vermittlung bei den ontisch-invarianten geometrischen Relationen (vgl. Toth 2015) auftreten in der Opposition privativer und nicht-privativer architektonischer Relationen.

2.1. Unvermittelte negative Trigonalität

Rue Vineuse, Paris

2.2. Null-vermittelte negative Trigonalität

Rue d'Orsel, Paris

2.3. Nicht-Null-vermittelte negative Trigonalität

Rue André Antoine, Paris

Literatur

Toth, Alfred, Grundlagen einer qualitativen ontischen Geometrie I-IX. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015